

Kursprov, höstterminen 2011

Matematik

Lärarinformation samt
muntlig provdel

1c

Innehåll

Information till lärare inför de nationella kursproven i matematik enligt Gymnasieskola 2011	3
Inledning.....	3
Tidsplan för kursproven enligt Gymnasieskola 2011	3
Beskrivning av kursprov i matematik kurs 1c.....	4
Information att ge till eleverna i god tid före provet.....	4
Hjälpmedel	5
Anpassning av prov	5
Bedömning.....	5
Kravgränser för provbetygen	6
Insamling av provresultat för matematik kurs 1c.....	7
Sekretess	7
Arkivering.....	7
Förfrågningar	8
Lista över utsänt material	8
Muntlig provdel.....	9
Beskrivning av muntlig provdel	9
Organisation.....	9
Förberedelser inför den muntliga provdelen	9
Bedömning	11
Förslag till svar och motiveringar för den muntliga provdelen.....	12
Lärarmaterial – Kopieringsunderlag.....	15
Läarinstruktioner: Version 1 – Stearinljus som brinner	16
Läarinstruktioner: Version 2 – Pumpa vatten ur pooler	18
Läarinstruktioner: Version 3 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang.....	20
Elevmaterial – Kopieringsunderlag.....	23
Information till eleverna	24
Version 1 – Stearinljus som brinner.....	25
Version 2 – Pumpa vatten ur pooler	27
Version 3 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang.....	29

Information till lärare inför de nationella kursproven i matematik enligt Gymnasieskola 2011

Inledning

Från och med höstterminen 2011 konstrueras nationellt fastställda kursprov i matematik med utgångspunkt i ämnesplanerna enligt Gymnasieskola 2011. Ett första kursprov ges ht 2011 för de elever som läser Matematik kurs 1c denna termin. Samtliga kursprov i matematik höstterminen 2011 omfattas av sekretess till och med 31 december 2017. Inför detta första kursprov kommer information om provets utformning och bedömning att publiceras både på Skolverkets och provinstitutionens (www.prim-gruppen.se) webbsidor.

Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till att konkretisera kursplanerna och ämnesplanerna.

Tidsplan för kursproven enligt Gymnasieskola 2011

Det är föreskrivet för gymnasieskolans lärare, att inför betygssättningen ska lärare använda sig av nationellt fastställda kursprov. Nationellt fastställda prov ska användas i inledande kurs och i den högsta avslutande kursen i matematik på respektive program. Även för övriga kurser bör läraren använda nationella prov som stöd vid betygssättningen. För mer information se www.skolverket.se>Prov & bedömning>Nationella prov>Gymnasial utbildning>Matematik> Gy 2011.

Skolverket har i SKOLFS 2011:65 fastställt provdatum för de skriftliga delarna, läsåret 2011/2012 enligt följande tidsplan.

Tidsplan för nationella prov i matematik enligt GY2011, höstterminen 2011

Kurs	Provdatum/provperiod	Provtid i minuter
1c (skriftliga delar)	14 dec	210 min (90 min + 120 min)
1c (muntlig del)	vecka 48–51	cirka 20–25 min per grupp

Tidsplan för nationella prov i matematik enligt GY2011, vårterminen 2012

Kurs	Provdatum/provperiod	Provtid i minuter
1a, 1b, 1c (skriftliga delar)	22 maj	210 min (90 min + 120 min)
1a, 1b, 1c (muntlig del)	vecka 17–22	cirka 20–25 min per grupp
2b, 2c ¹ (skriftliga delar)	vecka 17–22	cirka 20–25 min per grupp
2b, 2c (muntlig del)	vecka 17–22	cirka 20–25 min per grupp

¹Provet i matematik 2c erbjuds som ett frivilligt prov samma dag som 2b.

Beskrivning av kursprov i matematik kurs 1c

Kursprovet i matematik kurs 1c består av en muntlig provdel och tre skriftliga provdelar. De skriftliga provdelarna genomförs på samma dag. Del I innehåller uppgifter, som ska genomföras utan tillgång till digitala hjälpmedel. Därefter följer Del II som är en större problemlösningsuppgift. Vid genomförandet av Del II och Del III förutsätts att eleverna har tillgång till digitala hjälpmedel i form av räknare eller dator. Provtiden för Del I + Del II är 90 minuter och för Del III 120 minuter. Vi rekommenderar skolorna att lägga en längre rast, gärna lunch, mellan Del I + Del II och Del III eftersom många elever inte är vana vid en sammanhängande provtid på över tre timmar. Del I och II genomförs före rasten och Del III efter rasten.

Den muntliga provdelen genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–25 minuter. Denna provdel genomförs under perioden från och med vecka 48 till och med vecka 51. För ytterligare information om den muntliga provdelen hänvisas till "Muntlig provdel" i detta häfte.

Information att ge till eleverna i god tid före provet

Kursprovet i matematik kurs 1c består av en muntlig provdel och tre skriftliga provdelar.

Muntlig provdel

Den muntliga provdelen genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–25 minuter.

Skriftliga provdelar

Provtid: 90 minuter för Del I + Del II och 120 minuter för Del III. Av provtiden rekommenderas att högst 45 minuter används för arbete med Del I.

Del I: Del I består av uppgifter som ska lösas utan digitala hjälpmedel. Till några av uppgifterna ska eleverna redovisa sina lösningar och till övriga uppgifter endast ange svar. Svar och lösningar skrivs i provhäftet.

Del II: Del II är en mer omfattande uppgift där digitala hjälpmedel är tillåtna. Lösningen till denna uppgift ska redovisas på separat papper. Eleverna bör uppmärksammas på att det är viktigt att de försöker lösa denna uppgift eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng.

Del III: Del III består av ett flertal uppgifter där digitala hjälpmedel är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Eleven ska redogöra för sina tolkningar av uppgifterna och sina tankegångar. I några uppgifter anges att "*Endast svar krävs*", vilket innebär att enbart svaret kommer att bedömas.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med dem som ligger mot slutet. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt lätt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Eleverna bör därför uppmannas att försöka lösa alla uppgifter.

Efter samtliga uppgifter finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inga A-poäng, skrivs detta som (2/1/0). Kravgränser för de olika provbetygen anges i provhäftena.

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel i samtliga provdelar i nationella kursprov i matematik är formelblad för respektive kurs och ritverktyg, som t.ex. linjal.

Formelbladen till de nationella proven laddas ned från Skolverkets eller provinstitutionernas webbsida. Formelblad för kurs 1 finns på www.prim-gruppen.se.

I de provdelar där digitala hjälpmedel är tillåtna kan räknare av olika slag eller dator användas. Skolan ska se till att eleverna inte kan kommunicera med varandra eller med andra inom eller utanför skolan under provtillfället. Eleverna får inte heller ha tillgång till otillåten information t.ex. lagrad information på dator eller räknare.

Anpassning av prov

För vissa elever, t.ex. elever med funktionsnedsättning eller språksvårigheter, krävs en anpassning av provet. För denna anpassning ansvarar skolan. Provet eller provdelarna anpassas lämpligen på ett sådant sätt att de förmågor som avses bli prövade fortfarande prövas. Detta betyder t.ex. att elever inte får använda räknare på de delar där digitala hjälpmedel inte är tillåtna.

Anpassning kan innebära att elever i läs- och skrivsvårigheter får ytterligare tid på sig att genomföra provet och/eller att de erbjuds provet inläst på cd-skiva. Dessa cd-skivor kan i allmänhet inte användas i datorns cd-läsare utan ska spelas upp i en vanlig cd-spelare. Anpassning kan också innebära att texten kopieras till större stil eller att texten läses upp av läraren. Elever med utländsk bakgrund, som har svårigheter att läsa svenska, får använda lexikon och kan få hjälp med att översätta vissa ord. Dessutom kan läraren förklara svåra ord som kan hjälpa eleverna in i uppgiftens sammanhang dock utan att röja uppgiftens matematiska innehåll.

Mer information om anpassning av prov finns att läsa på Skolverkets webbsida www.skolverket.se>Prov & bedömning>Anpassning.

Bedömning

Bedömning av förmågor

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning där utgångspunkten är att förtjänster i ett elevarbete lyfts fram och värderas. Bedömningen av lösningen till en uppgift bygger alltså på de kunskaper som faktiskt visas. Kvalitativa förmågepoäng används och dessa ges för lösningarnas förtjänster. Avdrag för eventuella fel och brister görs inte.

I ämnesplanen i matematik beskrivs sju förmågor som eleverna ska utveckla. I kursproven kommer förmågorna att benämnas:

1. Begrepp (B)
2. Procedur (P)
3. Problemlösning (PL)
4. Matematisk modellering (M)
5. Matematiskt resonemang (R)
6. Kommunikation (K)
7. Relevans

I nuläget kommer relevansförmågan inte att prövas i nationella prov. Bedömningen av denna förmåga överläts till läraren.

Förmågan att kommunicera kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Då eleven uppfyller kraven på E-nivå för övriga förmågor anses eleven även uppfylla kunskapskraven för kommunikation på E-nivå. Detta kan innebära att vissa E-poäng inte syns vilket kan medföra att uppgiften ser ut att ligga på en högre nivå än vad den egentligen gör.

E-poäng, C-poäng och A-poäng

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven använder man sig vid bedömningen av E-poäng, C-poäng och A-poäng. I bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken förmåga som främst visas. C_R indikerar resonemang på C-nivå. Ibland kan skillnaden mellan de olika förmågorna och poängkvaliteterna vara relativt subtila.

Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i provhäftet innebär att uppgiften kan ge högst 2 E-poäng, 1 C-poäng och 0 A-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge högst 2 A-poäng. Vilka förmågor som eleverna kan visa i uppgiften framgår alltså inte vid presentation av uppgiften utan endast i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen kommer att göras på liknande sätt i samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna kommer att skrivas olika. Vid bedömning av mindre uppgifter, där en eller några få förmågepoäng kan erhållas, kommer bedömningen att beskrivas i kronologisk ordning, utifrån lösning av uppgiften. Till uppgifter, där lösningsvägen genom uppgiften varierar, kommer bedömningsanvisningarna att skrivas i matrisform. Detta kan exempelvis gälla för större uppgifter och vissa muntliga uppgifter. Exempel på olika bedömningsanvisningar och tillhörande uppgifter finns på www.prim-gruppen.se.

Sambedömning

En del i arbetet med likvärdig bedömning består av att lärare tillsammans diskuterar bedömning av elevlösningar i relation till bedömningsanvisningarna, s.k. sambedömning. När elevernas prestationer bedöms tillsammans med annan lärare i ämnet ökar bedömningens tillförlitlighet i det nationella provet.

Resultat av bedömningen

Som hjälp vid sammanställning av bedömningen kommer en nedladdningsbar fil att finnas på provinstitutionens webbsida. I denna kan elevens erhållna förmågepoäng matas in och en digital sammanställning över elevens resultat erhållas. Det kommer även att finnas möjlighet att ladda ned ett dokument som möjliggör en manuell sammanställning.

Kravgränser för provbetygen

Kravgränser för provbetygen E, D, C, B och A ges på kursprovet som helhet. Kravgränserna består av en totalpoäng, men även av krav på att vissa av dessa ligger på en viss kunskapsnivå samt krav på att poängen är spridna på förmågorna. Vissa förmågor grupperas vid kravgränssättning. Modeller och problemlösning förs samman samt resonemang och kommunikation utgör en annan grupp. Provets kravgränser tar inte hänsyn till visade kunskaper av det centrala innehållet. I häftet "Bedömningsanvisningar, Kurs 1c" återfinns kravgränserna samt en sammanställning över vilket centralt innehåll som provas i provets olika uppgifter.

Kravgränserna finns utsatta på elevernas provhäften.

Det är viktigt att eleverna i god tid före provet får kännedom om de kunskapskrav som bedömningen bygger på samt hur bedömningen av provet relaterar till dessa kunskapskrav.

Insamling av provresultat för matematik kurs 1c

Från och med höstterminen 2011 utför SCB (Statistiska centralbyrån) på uppdrag av Skolverket en totalinsamling av elevresultat. Information om denna totalinsamling utgår från SCB. Förutom denna totalinsamling genomför provinstitutionen en urvalsinsamling. Denna insamling är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport med resultat från höstens prov under våren. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på www.prim-gruppen.se.

Urvalsinsamlingen

1. Gå in på www.prim-gruppen.se och klicka på länken **Resultatinsamling kurs 1c ht 2011** som du finner under rubriken Resultatinsamlingar högst upp på sidan.
2. Skapa ett konto. När du skapar ett konto behöver du skriva **prim111** i rutan för **provkod**.
3. Fyll i lärarenkäten.
4. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 3:e, 8:e, 10:e, 23:e och 26:e i varje månad** i den undervisningsgrupp som genomfört provet.
5. Skicka en kopia av bedömda elevlösningar för **elever födda den 3:e i varje månad** till:

Stockholms universitet
MND
PRIM-gruppen (Kurs 1c)
106 91 Stockholm

När du skapat ett konto i resultatinsamlingen kan du när som helst logga in och återkomma till insamlingen för att registrera fler resultat. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport tidigt i vår måste vi ha alla resultat **senast den 20 januari 2012**.

Sekretess

Vid hanteringen av nationella kursprov ska 17 kap. 4§ i offentlighets- och sekretesslagen (2009:400) beaktas. Skolan ansvarar för att proven förvaras på sådant sätt att deras innehåll säkerställs fram till provdagen. Se även hanteringsanvisningar för nationella prov som skickats till rektor tillsammans med Skolverkets skrivelse 2011-08-01 om ”Beställning av nationella kursprov och bedömningsstöd höstterminen 2011”.

Arkivering

Råd om arkivering och gallring finns i skriften ”Bevara eller gallra 2”. Denna finns att ladda ner via länken www.samradsgruppen.se. Information om arkivering av nationella prov finns även via Skolverkets webbplats www.skolverket.se >Prov & bedömning. För ytterligare information hänvisas till kommunens arkivansvarige.

Förfrågningar

Upplysningar om kursprovet för 1c ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax 08-618 35 71.

E-post: info@prim-gruppen.se

Kontakt

Samuel Sollerman, tfn 08-1207 6633

Gunilla Olofsson, tfn 08-1207 6627

Yvonne Emond (adm.), tfn 08-1207 6575

Astrid Pettersson

E-post: fornamn.efternamn@mnd.su.se

Ansvarig på Skolverket för kursproven i matematik är Wolfgang Dietrich.

E-post: wolfgang.dietrich@skolverket.se

Frågor om distribution kan ställas till Tommy Mobrin, Liber Distribution, tfn 08-690 94 90. E-post: tommy.mobrin@liber.se

Lista över utsänt material

Elevmaterial (provhäften):

- Kurs 1c Del I
- Kurs 1c Del II
- Kurs 1c Del III

Lärarmaterial:

- Information till lärare (inklusive muntlig provdel)
- Bedömningsanvisningar, kurs 1c

Lista över material för kursprov 1c på PRIM-gruppens webbsida:

- Formelblad
- Centralt innehåll kurs 1c
- Kunskapskrav kurs 1b och 1c
- Provsammanställning

Muntlig provdel

Beskrivning av muntlig provdel

Kursprovet i matematik kurs 1c består av en muntlig provdel och tre skriftliga provdelar. Alla elever ska provas muntligt och den muntliga provdelen ska genomföras under en provperiod (se informationsdelen). Provdelen prövar framför allt förmågor inom kunskapsområdet samband och förändring men också inom kunskapsområdet problemlösning.

Den muntliga provdelen finns i tre versioner (stearinljus, pooltömning och mobil-samtal). Genomförandet görs på ett likartat sätt för de tre versionerna. I varje version ska eleverna arbeta med ett antal uppgifter. Några av uppgifterna besvaras enskilt och andra uppgifter löses gemensamt. I alla tre versionerna har eleverna möjlighet att visa kvaliteter inom alla betygsnivåer. Inom en klass/skola är det lämpligt att använda alla versioner för att minska risken att innehållet sprids.

Den muntliga provdelen genomförs i grupper om 3-4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprovningen av denna uppgift har provtiden per grupp varit cirka 20 minuter.

Gruppindelningen ska göras av läraren. I provdelen ska alla elever få möjlighet att visa vad de kan i matematik. När eleverna delas in i grupper är det viktigt att sammansättningen blir den bästa möjliga ur denna aspekt. Hänsyn bör också tas till att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Om läraren bedömer att någon elev mår bättre av att provas enskilt går det naturligtvis bra. Vid utprovningen av denna uppgift har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre.

Utförliga instruktioner för genomförande och frågeställningar finns i anslutning till lärarmaterialet (sid. 16, 18 och 20–21).

Organisation

Hur man organiserar genomförandet av den muntliga provdelen beror mycket på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp för att diskutera bedömningen eller med handledning av övriga elever under den tid kamraterna genomför uppgiften. Den muntliga provdelen kan göras när som helst under provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra den muntliga provdelen samlat under någon eller några dagar. Provdelen kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik. Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om provningen genomförs i avskild lokal. Eleverna bör sitta runt ett bord så att samtal blir naturligt. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna på dem efteråt som stöd för bedömningen.

Förberedelser inför den muntliga provdelen

För att förbereda eleverna på hur den muntliga provdelen går till kan någon av de frisläppta muntliga provdelarna (Del A) för Äp9 användas. Dessa finns på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se.

En förutsättning för provets genomförande är att läraren är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur de ska bedömas.

- Läs igenom instruktionerna för hur provdelen ska genomföras och de tre olika uppgiftsversionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas lösa uppgifterna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.
- Kopiera från Elevmaterial – Kopieringsunderlag: ”Information till eleverna” (sid. 24), samt två sidor med diagram för den version som valts.
- Kopiera från Lärarmaterial – Kopieringsunderlag: ”Läarinstruktioner” samt en uppgiftsspecifik bedömningsmatris för varje grupp. Anteckningar om vad eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.
- Dela ut och gå igenom sidan med ”Information till eleverna”. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- **Hjälpmedel:** På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda vid behov. Formelblad, linjal och digitala hjälpmedel (t.ex. i form av en miniräknare) bör också finnas tillgängligt för elever som efterfrågar det.

Bedömning

Bedömningen av den muntliga redovisningen ska göras med stöd av uppgiftsspecifika bedömningsmatriser. De förmågor som ska bedömas är begrepp, modellering, resonemang och kommunikation.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på svar och beskrivningar till frågeställningarna i de olika versionerna (sid. 12–14). Svar och beskrivningar ska ses som ett servicematerial till läraren och man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa beskrivningar.

Medan eleverna redovisar gör läraren sin bedömning genom noteringar i den uppgiftsspecifika matrisen.

Exempel på ifylld bedömningsmatris av muntlig provdel (max 2/5/5)

	E	C	A
Begrepp		H +C _B	P +A _B
Procedurer			
Problemlösning			
Matematiska modeller	K +E _M	H P +C _M	+A _M
Matematiska resonemang	K H +E _R	P +C _R	+A _R
Kommunikation		H +2 C _K	P +2 A _K

Exempel med tre tänkta elever. Endast den högsta poängkvaliteten är markerad i respektive förmåga för varje elev. Provdels poäng för de tre eleverna blir därmed:

Kim (**K**): $E_M + E_R = 2/0/0$

Hanna (**H**): $C_B + E_M + C_M + E_R + 2 C_K = 2/4/0$

Peter (**P**): $C_B + A_B + E_M + C_M + E_R + C_R + 2 C_K + 2 A_K = 2/5/3$

Förslag till svar och motiveringar för den muntliga provdelen

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Version 1 – Stearinljus som brinner

Förslag till några svar för uppgift 1 och 2:

	<i>Ljusets längd från början</i>	<i>Farten som ljuset brinner ner med</i>	<i>Funktionsuttryck med ungefärliga värden</i>
Diagram B	Lika	Snabbare än A	$L = 18 - 9t$
Diagram C	Lägre än A	Lika	$L = 15 - 6t$
Diagram D	Lägre än A	Långsammare än A	$L = 15 - 4t$
Diagram E	Lika	Lika	Lika som A till en början

Förslag till svar för några följdfrågor:

Hur länge var ljuset släckt enligt diagram E?

- Ungefär 40 minuter.

Vilken form skulle ljuset som beskrivs av graf H–L kunna ha?

- Graf H indikerar att övre delen av ljuset har jämn tjocklek. Efter större delen av brinntiden blir det smalare. Detta är inte vanligt men inte heller helt orimligt. En annan orsak kan vara att ljuset utsätts för drag.
- Graf I indikerar att ljuset blir allt smalare. Inte en trolig form på ett ljus men att ett sådant ljus finns kan inte uteslutas.
- Graf K beskriver ett ljus som blir allt tjockare. Det har formen av en kon (pyramid).
- Graf L beskriver ett klotformat ljus.
- Brinntiden är också beroende av tillgången på syre. Man kan tänka sig att vissa grafer beskriver en förändrad tillgång på syre, t.ex. genom att ett fönster öppnas eller stängs.

Kan F vara grafen till en funktion?

- Ja, eftersom det till varje punkt på tidsaxeln endast finns en längd.

Förslag till beskrivning av graferna i uppgift 3:

- Graf F är linjärt avtagande till en början för att sen bli linjärt växande.
- Graf G är linjärt avtagande till en början för att sen bli konstant.
- Graf H består av två delar som båda är linjärt avtagande.
- Graf I är icke-linjärt avtagande. Förändringen ökar när tiden ökar.
- Graf K är exponentiellt avtagande.
- Graf L är icke-linjärt avtagande. Förändringen varierar med tiden.

Version 2 – Pumpa vatten ur pooler

Förslag till några svar för uppgift 1 och 2:

	Startvolym	Farten som poolen töms med	Funktionsuttryck med ungefärliga värden
Diagram B	Lika	Snabbare än A	$V = 15\,000 - 500t$
Diagram C	Lägre än A	Lika	$V = 12\,000 - 300t$
Diagram D	Lägre än A	Långsammare än A	$V = 12\,000 - 200t$
Diagram E	Lika	Lika	Lika som A till en början

Förslag till svar för några följdfrågor:

Hur länge var pumpen avstängd enligt diagram E?

- Ungefär 10 minuter.

Graf H och I har vissa likheter men beskriv väsentliga skillnader.

- Graf H är linjärt avtagande medan graf I är icke-linjärt avtagande.

Kan K vara grafen till en funktion?

- Ja, eftersom det till varje punkt på tidsaxeln endast finns en volym.

Förslag till beskrivning av graferna i uppgift 3:

- Graf F är linjärt växande.
- Graf G är linjärt avtagande till en början för att sen bli konstant.
- Graf H består av två delar som båda är linjärt avtagande.
- Graf I är icke-linjärt avtagande. Förändringen ökar med tiden.
- Graf K är linjärt avtagande till en början för att sen bli linjärt växande.
- Graf L är exponentiellt avtagande.

Version 3 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang

Förslag till några svar för uppgift 1 och 2:

	Öppningsavgift	Avgift per minut	Funktionsuttryck med ungefärliga värden
Diagram B	Lika	Högre än A	$K = 69 + 80t$
Diagram C	Högre än A	Lika	$K = 100 + 59 t$
Diagram D	Lägre än A	Högre än A	$K = 40 + 90 t$
Diagram E	Högre än A	Lägre (= 0)	$K = 100$

Förslag till svar för några följdfrågor:

Är det möjligt att markera en minut på tidsaxeln?

- Ja, med hjälp av öppningsavgift + samtalskostnad kan en uppskattning göras (1 minut motsvarar ungefär 2 cm på tidsaxeln).

Graf H och I har vissa likheter men beskriv väsentliga skillnader.

- Graf H är linjärt växande. Graf I beskriver en exponentiell ökning.

I graf K är vissa ringar ifyllda och andra inte. Varför?

- Ringarna anger kostnaden i intervallgränserna.

Kan K vara grafen till en funktion?

- Ja, eftersom det till varje punkt på tidsaxeln endast finns en kostnad.

Förslag till beskrivning av graferna i uppgift 3:

- Graf F är linjärt avtagande.
- Graf G är en proportionalitet.
- Graf H består av två delar där den ena är konstant och den andra är linjärt växande.
- Graf I är exponentiellt växande.
- Graf K är trappfunktion. Värdemängden består av diskreta värden.
- Graf L är icke-linjärt växande med en avtagande tillväxt.

Lärarmaterial – Kopieringsunderlag

Lärarinstruktioner: Version 1 – Stearinljus som brinner

Uppgift 1 (Diagram B–E)

Enskilda uppgifter

Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E (uppgift 1). Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan ljusens längd och brinntid.

- Jämför graferna och beskriv likheter och skillnader mellan ljusen.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid presentationerna:

- Hur lång tid tar det för ljus A att brinna ner om ljuset blir 6 cm kortare per timme (den streckade grafen)?
- Ungefär hur lång tid tar det för ljus B att brinna ner?
- Ungefär hur långt är ljus D från början?
- Hur länge var ljuset släckt enligt diagram E?

Uppgift 2 (Diagram B–E)

Inleds med kort gemensam uppgift därefter enskilda uppgifter.

Gemensam uppgift

Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Be eleverna att tillsammans bestämma en formel för grafen till ljus A. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan enas om ett förslag exempelvis $L = 18 - 6t$ där L är längden och t är tiden i timmar. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den.

- Bestäm en ekvation för grafen till ljus A.

Enskilda uppgifter

Med hjälp av ekvationen för ljus A ska eleverna försöka ge en ekvation för grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag.

- Vilken ekvation (uttryck/formel) kan beskriva ljuset längd och brinntid för det andra ljuset i ditt diagram?

Uppgift 3 (Graf F–L)

Enskilda uppgifter eller diskussionsuppgifter

Välj mellan att fördela graferna F–L mellan eleverna och ge dem enskilda uppgifter eller att använda endast en eller några av graferna F–L och diskutera gemensamt. Den eller de valda graferna presenteras för eleverna.

- Kan grafen/graferna beskriva hur ljusets längd förändras när ljuset brinner?

Låt eleverna diskutera detta och be dem motivera sina slutsatser genom att beskriva vad som händer med ljusets längd och eventuellt ge förslag på möjliga funktionsuttryck.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid diskussionerna:

- Vilken form skulle ljuset som beskrivs av graf H–L kunna ha?
- Graf H och I har vissa likheter men beskriv väsentliga skillnader.
- Kan graf F representera en funktion?

Uppgiftsspecifik bedömning till Stearinljus som brinner, max 2/5/5

	E	C	A
Begrepp		Kan växla med viss säkerhet mellan graf och funktionsuttryck, t.ex. genom att ange ett godtagbart funktionsuttryck för någon graf B–E. +C _B	Kan med säkerhet genomgående växla mellan graf och funktionsuttryck samt använda och utförligt beskriva dessa, t.ex. genom att ge förslag på lämpliga typer av funktioner för graferna G–K. +A _B
Procedurer			
Problemlösning			
Matematiska modeller	Kan göra en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgöra om ljusets längd och hastigheten ljuset brinner ner med är högre, lägre eller densamma som för ljus A. +E _M	Kan med enkla omdömen värdera modellerna F–L, t.ex. genom att påtala orimligheter i någon av modellerna. +C _M	Kan utveckla och anpassa modellerna och/eller utförligt värdera någon modells giltighet. +A _M
Matematiska resonemang	För ett enkelt resonemang kring ljusets längd och hastigheten ljuset brinner ner med hos någon eller några grafer. Bidrar med enkla omdömen vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E _R	För välgrundade resonemang kring någon eller några av graferna F–L. Bidrar med egna idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C _R	För välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om några av graferna G–L, t.ex. genom att väl motivera sina beskrivningar av graferna. Tar del av andras argument och vidareutvecklar egna och andras resonemang. +A _R
Kommunikation		Uttrycker sig tydligt och det är möjligt att följa förklaringarna. + 2 C _K	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett lämpligt matematiskt språk, t.ex. genom att genomgående korrekt använda relevanta matematiska begrepp. + 2 A _K

Lärarinstruktioner: Version 2 – Pumpa vatten ur pooler

Uppgift 1 (Diagram B–E)

Enskilda uppgifter

Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E (uppgift 1). Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader.

- Jämför graferna och beskriv likheter och skillnader mellan hur poolerna töms.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid presentationerna:

- Hur lång tid tar det att tömma pool A som innehåller 15 000 liter om den töms med 300 liter per minut (den streckade grafen)?
- Ungefär hur lång tid tar det att tömma pool B?
- Ungefär hur många liter vatten innehåller pool D från början?
- Med vilken hastighet pumpas vattnet ur pool B–D?
- Hur länge var pumpen avstängd enligt diagram E?

Uppgift 2 (Diagram B–E)

Inleds med en kort gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Gemensam uppgift

Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Be eleverna att tillsammans bestämma en ekvation för grafen till pool A. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan enas om ett förslag exempelvis $V = 15\,000 - 300t$ där V är volymen och t är tiden i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den.

- Bestäm en ekvation för grafen till pool A.

Enskilda uppgifter

Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag.

- Vilken ekvation (uttryck/formel) kan beskriva hur den andra poolen i ditt diagram töms?

Uppgift 3 (Graf F–L)

Enskilda uppgifter eller diskussionsuppgifter

Välj mellan att fördela graferna F–L mellan eleverna och ge dem enskilda uppgifter eller att använda endast en eller några av graferna F–L och diskutera gemensamt. Den eller de valda graferna F–L presenteras för eleverna.

- Kan grafen/graferna beskriva hur vattenvolymen i en pool förändras med tiden?

Låt eleverna diskutera detta och be dem motivera sina slutsatser genom att beskriva vad som händer och eventuellt ge förslag på möjliga funktionsuttryck för vissa av graferna.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid diskussionerna:

- Graf H och I har vissa likheter men beskriv väsentliga skillnader.
- Kan graf K representera en funktion?

Uppgiftsspecifik bedömning till Pumpa vatten ur pooler, max 2/5/5

	E	C	A
Begrepp		Kan växla med viss säkerhet mellan graf och funktionsuttryck, t.ex. genom att ange ett godtagbart funktionsuttryck för någon graf B–E. +C _B	Kan med säkerhet genomgående växla mellan graf och funktionsuttryck samt använda och utförligt beskriva dessa, t.ex. genom att ge förslag på lämpliga typer av funktioner för graferna G–L. +A _B
Procedurer			
Problemlösning			
Matematiska modeller	Kan göra en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgöra om vattenvolymen och tömningshastigheten är högre, lägre eller densamma som för pool A. +E _M	Kan med enkla omdömen värdera modellerna F–L t.ex. genom att påtala orimligheter i någon av modellerna. +C _M	Kan utveckla och anpassa modellerna och/eller utförligt värdera någon modells giltighet. +A _M
Matematiska resonemang	För ett enkelt resonemang kring vattenvolymen och tömningshastigheten för någon eller några grafer. Bidrar med enkla omdömen vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E _R	För välgrundade resonemang kring någon eller några av graferna F–L. Bidrar med egna idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C _R	För välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om några av graferna G–L t.ex. genom att väl motivera sina beskrivningar av graferna. Tar del av andras argument och vidareutvecklar egna och andras resonemang. +A _R
Kommunikation		Uttrycker sig tydligt och det är möjligt att följa förklaringarna. + 2 C _K	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett lämpligt matematiskt språk, t.ex. genom att genomgående korrekt använda relevanta matematiska begrepp. + 2 A _K

Lärarinstruktioner: Version 3 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang

Uppgift 1 (Diagram B–E)

Enskilda uppgifter

Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E (uppgift 1). Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan samtalskostnader med olika bolag.

- Jämför graferna och beskriv likheter och skillnader i kostnad för ett samtal med olika bolag.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid presentationerna:

- Vad skulle öppningsavgiften kunna vara i bolag C/D?
- Till vem ska man rekommendera bolag E?
- Vad skulle samtalsavgiften per minut kunna vara i bolag B–E?
- Är det möjligt att markera 1 minut på vågräta axeln?

Uppgift 2 (Diagram B–E)

Inleds med kort gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Gemensam uppgift

Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Be eleverna att tillsammans bestämma en formel för grafen till bolag A. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan enas om ett förslag exempelvis $K = 69 + 59t$ där K är kostnaden i öre och t är samtalets längd i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den.

- Bestäm en ekvation (uttryck/formel) för grafen till bolag A.

Enskilda uppgifter

Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag.

- Vilken ekvation (uttryck/formel) kan beskriva kostnaden med det andra telefonbolaget i ditt diagram?

Uppgift 3 (Graf F–L)

Enskilda uppgifter eller diskussionsuppgifter

Välj mellan att fördela graferna F–L mellan eleverna och ge dem enskilda uppgifter eller att använda endast en eller några av graferna F–L och diskutera gemensamt. Den eller de valda graferna F–L presenteras för eleverna.

- Kan grafen/graferna beskriva kostnaderna för ett telefonsamtal?

Låt eleverna diskutera detta och be dem motivera sina slutsatser genom att beskriva vad som bestämmer kostnaderna för ett telefonsamtal och eventuellt ge förslag på möjliga funktionsuttryck för vissa av graferna.

Förslag till följdfrågor om dessa inte kommit fram vid diskussionerna:

- Vad innebär det att graf G startar i 0?
- Graf H och I har vissa likheter men beskriv väsentliga skillnader.

- I graf K är vissa ringar ifyllda och andra inte. Varför?
- Kan graf K representera en funktion?
- Antag att samtalsavgiften i graf G är 2 kr/min. Skissa grafen för bolag A i samma diagram.
- Antag att vi vill rita en graf som beskriver flera samtal med samma bolag (t.ex. bolag A). Hur skulle en sådan graf kunna se ut?

**Uppgiftsspecifik bedömning till Samtalskostnad för olika mobilabonnemang,
max 2/5/5**

	E	C	A
Begrepp		Kan växla med viss säkerhet mellan graf och funktionsuttryck, t.ex. genom att ange ett godtagbart funktionsuttryck för någon graf B–E. +C _B	Kan med säkerhet genomgående växla mellan graf och funktionsuttryck samt använda och utförligt beskriva dessa, t.ex. genom att ge förslag på lämpliga typer av funktioner för graferna H–L. +A _B
Procedurer			
Problemlösning			
Matematiska modeller	Kan göra en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgöra om öppningsavgiften och minutkostnaden är högre, lägre eller densamma som för bolag A. +E _M	Kan med enkla omdömen värdera modellerna F–L t.ex. genom att påtala orimligheter i någon av modellerna. +C _M	Kan utveckla och anpassa modellerna och/eller utförligt värdera någon modells giltighet. +A _M
Matematiska resonemang	För ett enkelt resonemang kring kostnader och samtalslängd hos någon eller några grafer. Bidrar med enkla omdömen vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E _R	För välgrundade resonemang kring någon eller några av graferna. Bidrar med egna idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C _R	För välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om några av graferna F–L, t.ex. genom att väl motivera sina beskrivningar av graferna. Tar del av andras argument och vidareutvecklar egna och andras resonemang. +A _R
Kommunikation		Uttrycker sig tydligt och det är möjligt att följa förklaringarna. + 2 C _K	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett lämpligt matematiskt språk, t.ex. genom att genomgående korrekt använda relevanta matematiska begrepp. + 2 A _K

Elevmaterial – Kopieringsunderlag

Information till eleverna

Här följer en beskrivning av den muntliga provdelen som ingår i det nationella provet. Provet genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren runt ett bord. Genomförandet är likartat med det muntliga delprovet i matematik i årskurs 9.

- Var och en av er får ett papper med diagram och en beskriven situation. Du får under några minuter studera och tänka igenom detta.
- Var och en av er tilldelas sedan ett av diagrammen att redogöra för. Du ger en beskrivning av diagrammet och motiverar ditt svar. Efter varje redovisning kan kamraterna ställa frågor och göra tillägg.
- När alla redovisat sina diagram får gruppen nya frågor att ta ställning till.
- Dina insatser under den muntliga provdelen bedöms efter i vilken grad du
 - använder och beskriver innebörden av de begrepp som ingår och sambanden mellan dessa
 - använder och tillämpar matematiska modeller
 - för matematiska resonemang, värderar och vidareutvecklar egna och andras resonemang
 - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser vid denna provdel sammanställs med ett antal E-, C- och A- poäng. Resultatet på den muntliga provdelen räknas samman med resultaten på de skriftliga delarna.

Version 1 – Stearinljus som brinner

Graferna i diagrammen visar längden på olika ljus. Den streckade grafen i diagrammen visar Ljus A, som är 18 cm långt och blir 6 cm kortare per timme då ljuset brinner ner.

Den svarta grafen visar på motsvarande sätt hur ett annat ljus brinner ner.

Diagram B

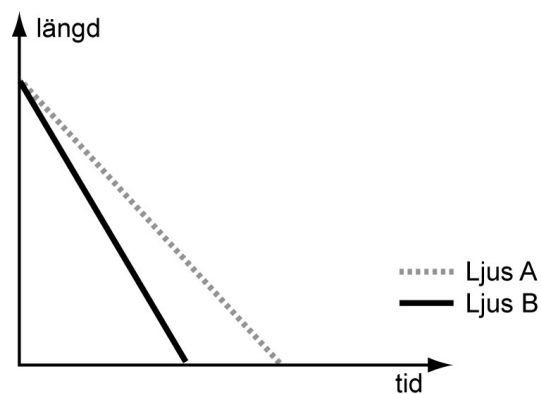


Diagram C

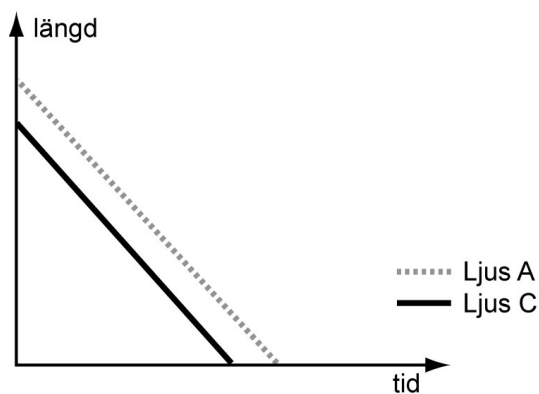


Diagram D

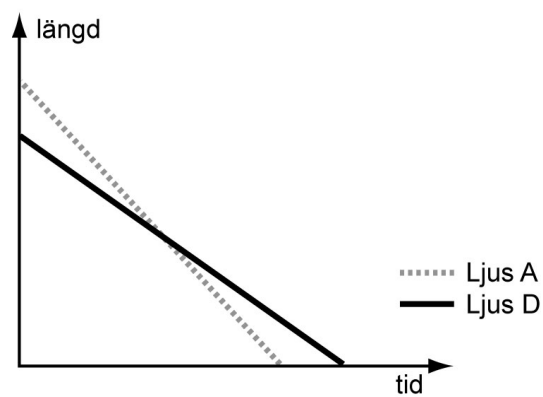
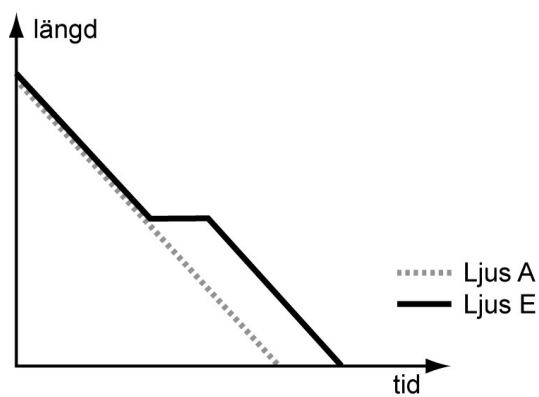
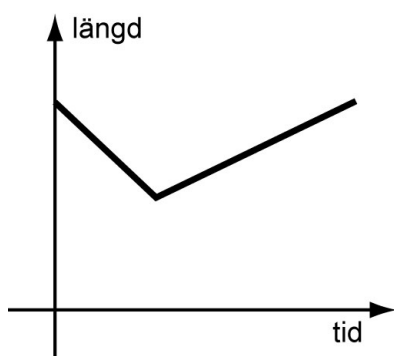


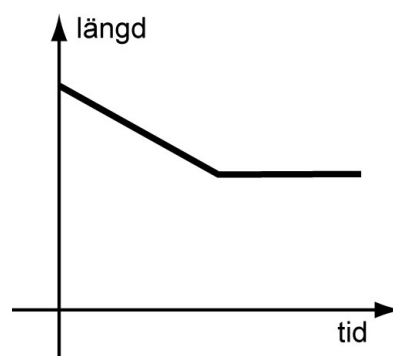
Diagram E



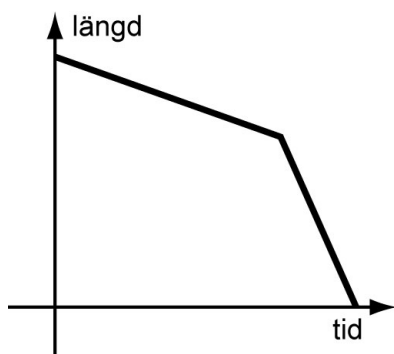
Version 1 – Grafer



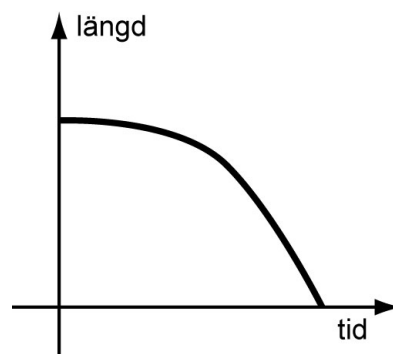
Graf F



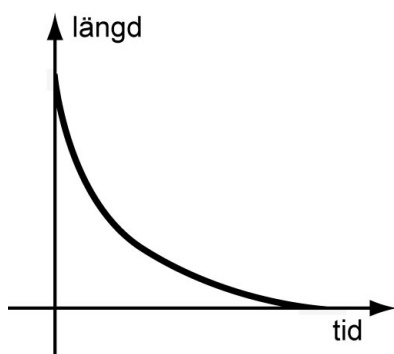
Graf G



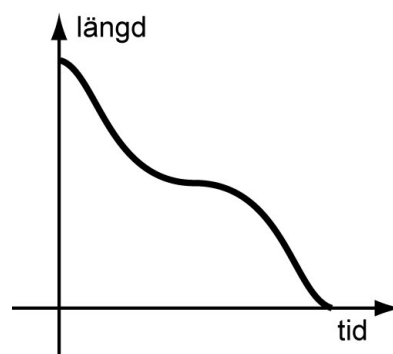
Graf H



Graf I



Graf K



Graf L

Version 2 – Pumpa vatten ur pooler

Graferna i diagrammen visar volymen vatten i olika pooler. Den streckade grafen i diagrammen visar Pool A, som innehåller 15 000 liter vatten och där vattnet pumpas ut med 300 liter per minut.

De svarta graferna visar på motsvarande sätt hur andra pooler töms.

Diagram B

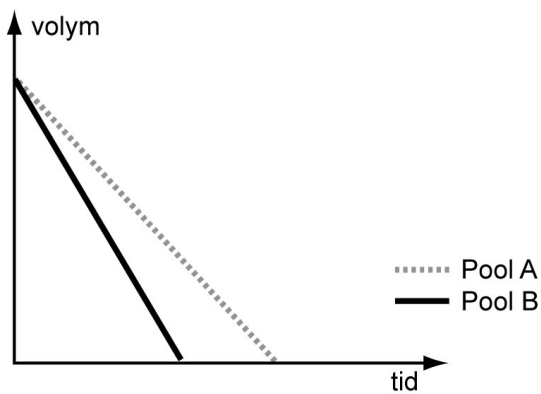


Diagram C

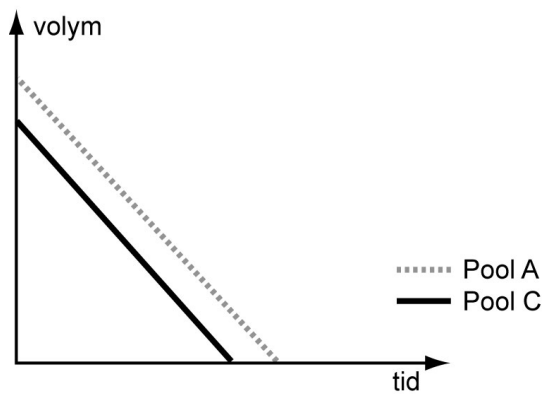


Diagram D

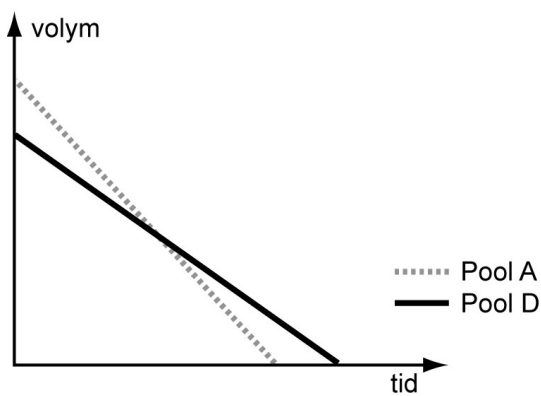
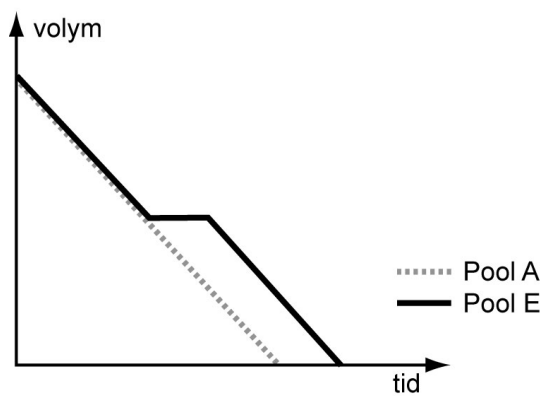
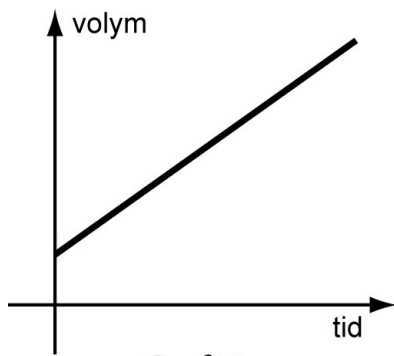


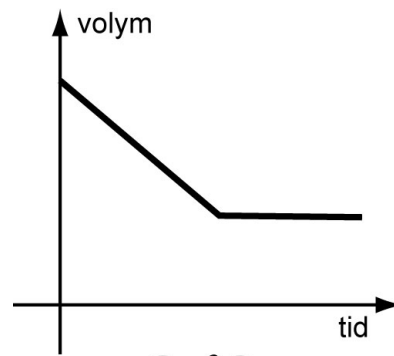
Diagram E



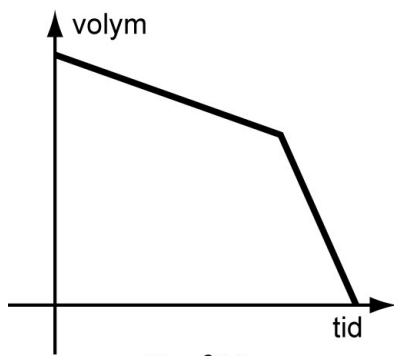
Version 2 – Grafer



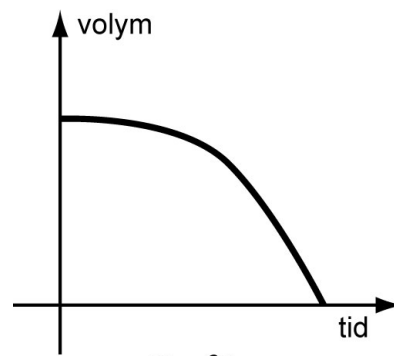
Graf F



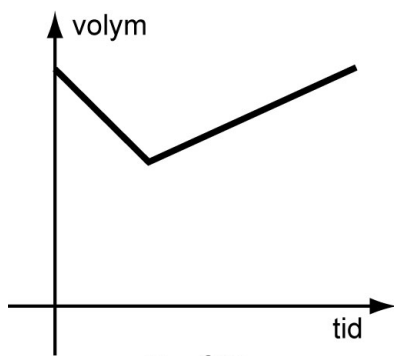
Graf G



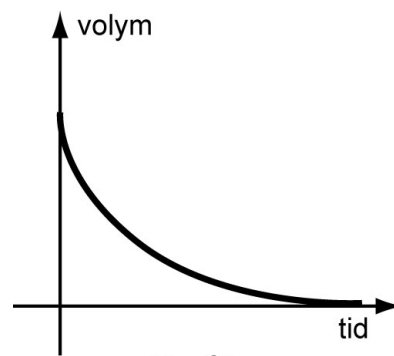
Graf H



Graf I



Graf K



Graf L

Version 3 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang

Graferna i diagrammen visar kostnaden för **ett** telefonsamtal med olika telefonbolag. Den streckade grafen i diagrammen visar Bolag A, som har en öppningsavgift på 69 öre och därefter en samtalsavgift på 59 öre per minut.

De svarta graferna visar på motsvarande sätt samtalskostnaderna i några andra telefonbolag.

Diagram B

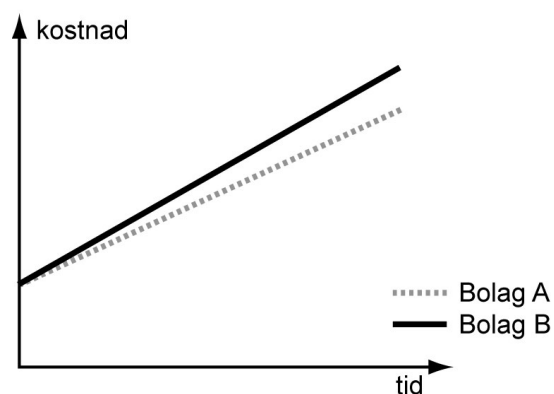


Diagram C

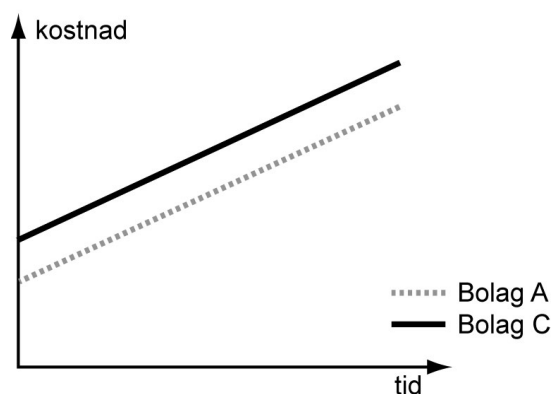


Diagram D

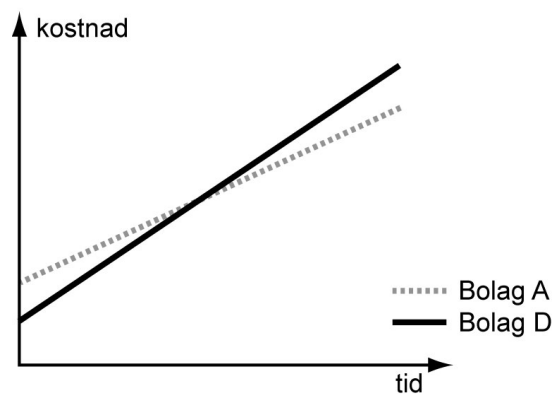
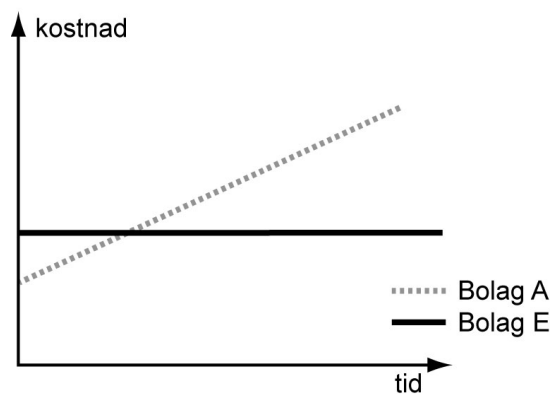
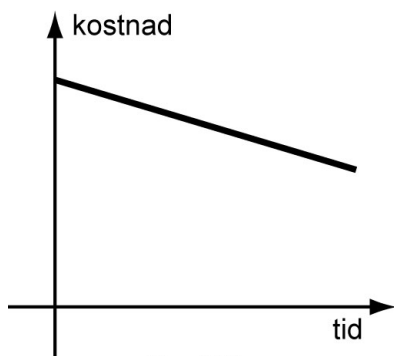


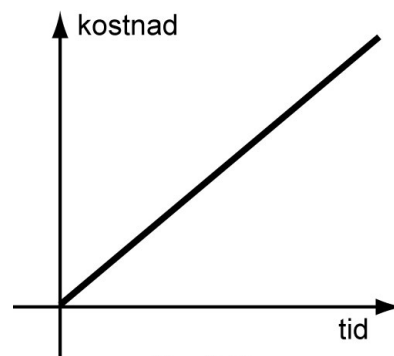
Diagram E



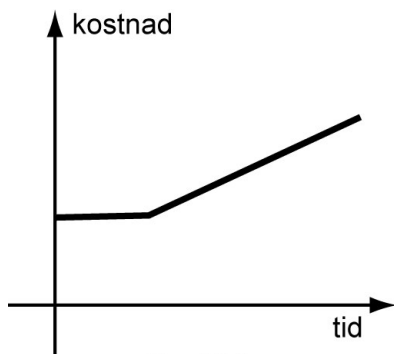
Version 3 – Grafer



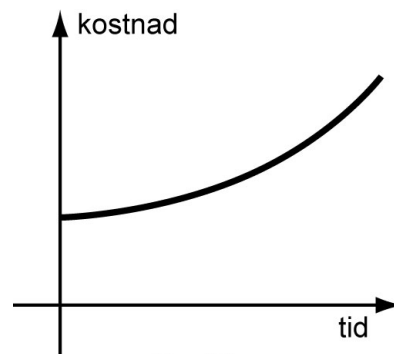
Graf F



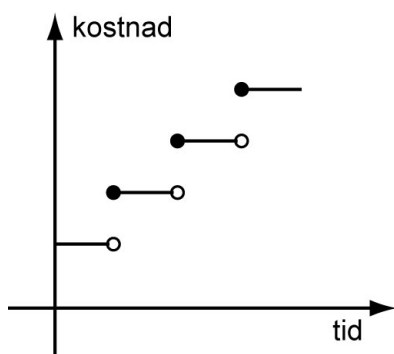
Graf G



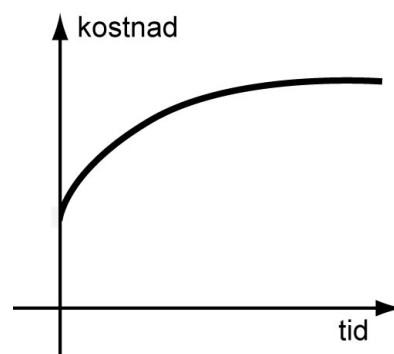
Graf H



Graf I



Graf K



Graf L

