

Resultat från kursprovet i matematik 1a, 1b och 1c våren 2014

Karin Rösmer, Katarina Kristiansson och Niklas Thörn

PRIM-gruppen

Inledning

De nationella kursproven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas av PRIM-gruppen, Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning över resultaten från kursprov 1a, 1b och 1c som gavs våren 2014. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultat från genomförandet av de aktuella proven.

Resultatredovisningen från vårens kursprov i matematik 1a, 1b och 1c kommer från två skilda insamlingar. Den ena insamlingen är Skolverkets resultatinsamling som genomförs på kursprov på samtliga gymnasieskolor och omfattar resultat på provet som helhet. Insamlingen består av resultat från cirka 23 000 elever på kurs 1a, 29 000 elever på kurs 1b och 5 000 elever på kurs 1c.

Den andra insamlingen är PRIM-gruppens insamling som består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. Resultaten från lärarenkäterna och elevresultatet på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av kursproven. För kurs 1a består insamlingen av resultat från cirka 700 lärare och 2 500 elever på kurs 1a, cirka 700 lärare och 3 000 elever på kurs 1b och cirka 150 lärare och 500 elever på kurs 1c.

Kursproven från våren 2014 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras i sin helhet. Kursproven från våren 2012 omfattas inte längre av sekretess och dessa finns tillgängliga på PRIM-gruppens hemsida (www.su.se/primgruppen).

Provets sammansättning

Respektive kursprov omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina förmågor i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och prövade främst kunskaper inom granskning av statistiska metoder samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven, delprov B–D var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast till vissa av uppgifterna krävdes redovisning. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningssuppgift som handlade om undersökning av egenskaper och samband hos geometriska figurer. Ett tredje skriftligt delprov bestod av redovisningssuppgifter. Vissa av uppgifterna var gemensamma för de tre kurserna.

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för kursprovets innehåll. Kursproven består av uppgifter som prövar elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid kursprovets konstruktion används kvalitativa förmågepoäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna. Kvalitativa förmågepoäng används för att få en fördelning av kursprovets poäng enligt fastställa riktlinjer, både med avseende på förmågor och på svårighetsgrad. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och svårighetsnivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov. Fördelningen av poäng per kursprov redovisas i tabell 1.

Tabell 1. Fördelning av de kvalitativa förmågepoängen för respektive prov, våren 2014.

Kurs 1a	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	8	8	2	18	21 %
Procedur	13	4	3	20	23 %
Problemlösning	8	7	4	19	22 %
Modellering	1	6	3	10	11 %
Resonemang	3	6	4	13	15 %
Kommunikation*		4	3	7	8 %
Totalt	33	35	19	87	
	38 %	40 %	22 %		

Kurs 1b	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	8	12	4	24	26 %
Procedur	12	5	3	20	22 %
Problemlösning	5	6	3	14	15 %
Modellering	2	4	3	9	10 %
Resonemang	4	8	5	17	18 %
Kommunikation*		4	4	8	9 %
Totalt	31	39	22	92	
	34 %	42 %	24 %		

Kurs 1c	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	6	10	6	21	23 %
Procedur	11	4	5	10	11 %
Problemlösning	6	8	3	18	19 %
Modellering	2	4	2	12	13 %
Resonemang	4	7	6	18	19 %
Kommunikation*		4	5	9	10 %
Totalt	29	37	27	93	
	31 %	40 %	29 %		

* Kommunikation på E-nivå antas vara en förutsättning för att erhålla förmågepoäng i övriga förmågor. Således provas inte denna förmåga på E-nivå i enskilda uppgifter.

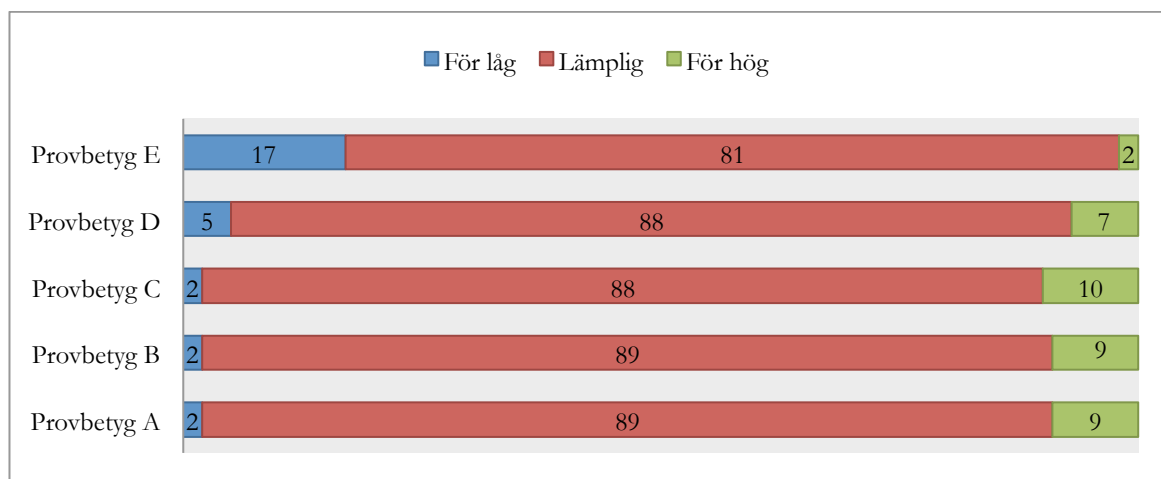
Resultat på proven

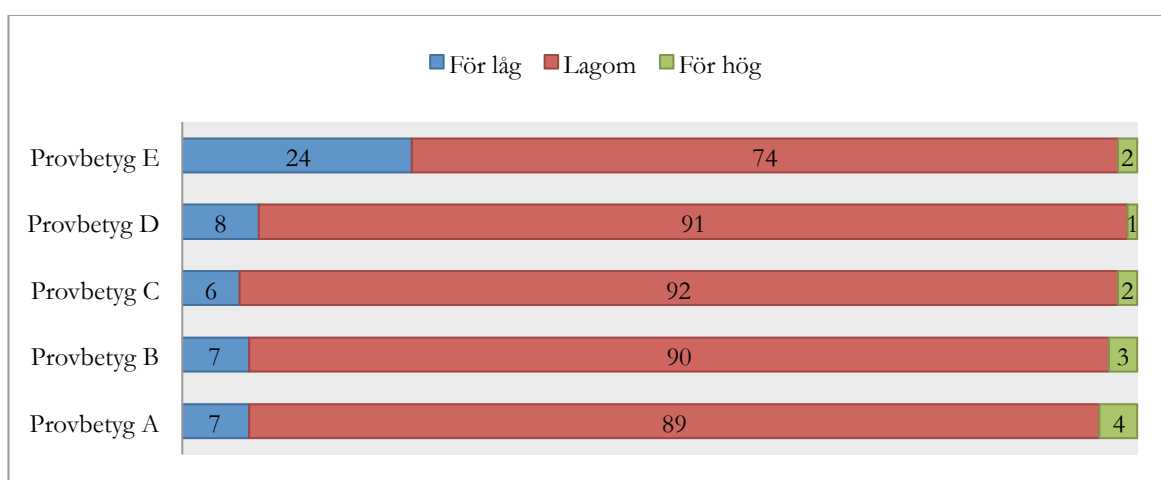
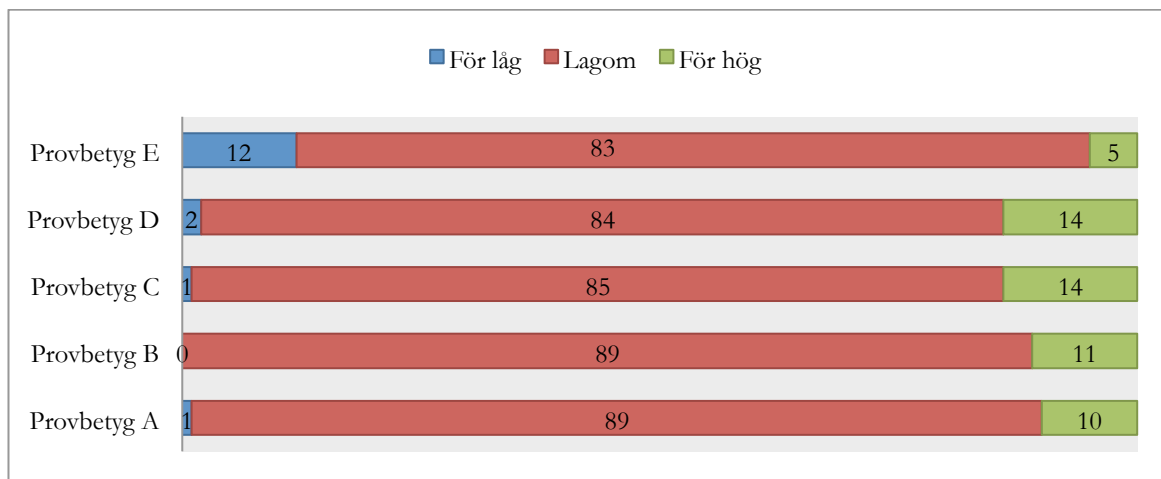
Vad det gällde provbetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling i stort sett samma resultat som Skolverkets totalinsamling. Lägst provbetygsresultat hade elevarbetena på kurs 1a och högst provbetygsresultat hade elevarbetena på kurs 1c. I Skolverkets totalinsamling var andelen som minst nått provbetyget E 70 procent på kurs 1a, 83 procent på kurs 1b och 95 procent på kurs 1c.

I lärarenkäten som hör till proven har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. På samtliga kurser och provbetyg är alternativet ”Lagom” vanligast förekommande.

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg hen hade tänkt sätta på eleven innan det nationella provet. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de, i matematik 1a, i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen 8,7 medan eleverna presterade provbetyg med betygspoängsgenomsnittet 7,8. Motsvarande siffror för matematik 1b och 1c var 10,5 jämfört med 10,3 och 12,9 jämfört med 14,0. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, sätta något högre betyg på eleverna än vad de sedan presterade i provbetyg på kurs 1a. På kurs 1b planerade lärarna att sätta i stort sett samma betyg på eleverna som de sedan erhöll i provbetyg och på kurs 1c planerade lärarna att sätta något lägre betyg på eleverna än vad de sedan presterade i provbetyg.

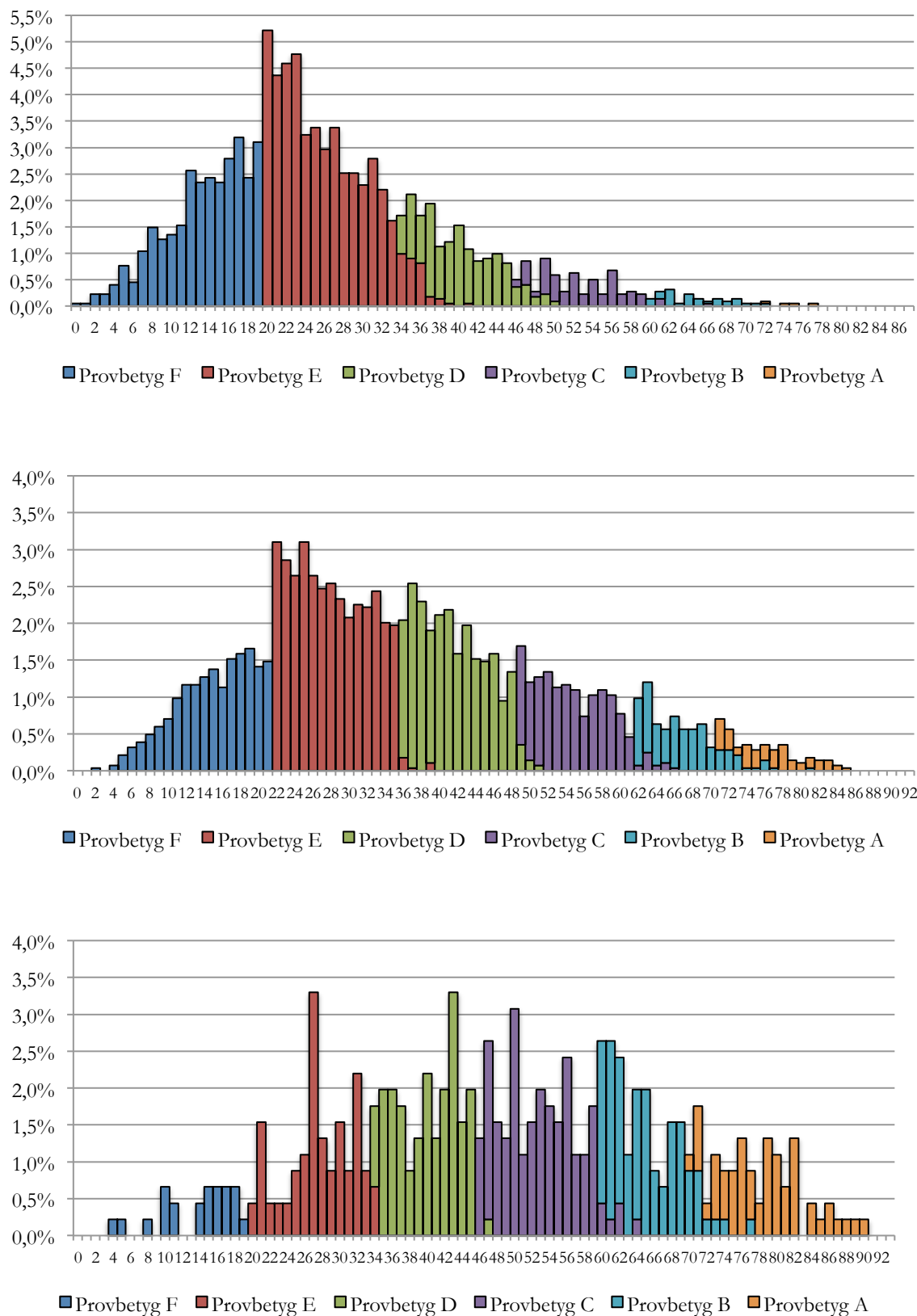
Figur 1. Svar på frågan ”Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?” från lärarenkäten till kursproven 1a (n=7695), 1b (n=706) respektive 1c (n=147), vårterminen 2014. Fördelning av svarsalternativ i procent. Det översta diagrammet visar svarsfördelningen i kurs 1a, det andra visar svarsfördelningen i kurs 1b och det nedersta diagrammet svarsfördelningen i kurs 1c.





Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåkrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravgräns gör att en elev kan ha kommit upp i tillräckligt många totalpoäng för att erhålla ett visst provbetyg men inte visat tillräcklig kunskap på provbetygets nivå (inte tagit tillräckligt med nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg.

Figur 2. Procentuell fördelning av total poängsumma för kursprovet i matematik kurs 1a (n=2224), kurs 1b (n=2835) respektive kurs 1c (n=455), vt-14. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöill på kursprovet. Det översta diagrammet visar fördelningen i kurs 1a, det andra visar fördelningen i kurs 1b och det nedersta diagrammet fördelningen i kurs 1c.



Tabell 2. Lösningsproportioner¹ för respektive uppgift, våren 2014. Lösningsproportioner för samtliga elever som genomfört provet (kurs 1a n=2447, kurs 1b n=3017 och kurs 1c n=467). Uppgifter med samma uppgiftsnummer är inte alltid samma uppgifter.

Kurs 1a		Kurs 1b		Kurs 1c	
Uppgift	Lösningss- proportion	Uppgift	Lösningss- proportion	Uppgift	Lösningss- proportion
Delprov A		Delprov A		Delprov A	
M	0,40	M	0,53	M	0,63
Delprov B		Delprov B		Delprov B	
1	0,49	1	0,53	1	0,63
2	0,66	2	0,32	2	0,50
3	0,62	3	0,71	3	0,80
4	0,81	4	0,40	4	0,70
5	0,38	5	0,79	5	0,90
6	0,32	6	0,40	6	0,49
7	0,36	7	0,34	7	0,62
8	0,17	8a	0,59	8a	0,89
9	0,41	8b	0,27	8b	0,65
10	0,05	9	0,53	9a	0,55
11a	0,40	10a	0,65	9b	0,40
11b	0,19	10b	0,43	10	0,07
12a	0,14	11a	0,24	11	0,30
12b	0,11	11b	0,18	12	0,31
13	0,39	12	0,21	13	0,25
14	0,12	13	0,25	14	0,54
Delprov C		14	0,41	15	0,18
15	0,22	15	0,02	Delprov C	
Delprov D		Delprov C		16	0,50
16	0,77	16	0,32	Delprov D	
17a	0,74	Delprov D		17	0,66
17b	0,67	17	0,73	18a	0,74
18	0,28	18	0,58	18b	0,60
19a	0,16	19a	0,74	19a	0,63
19b	0,05	19b	0,33	19b	0,33
20	0,35	20a	0,38	20	0,57
21	0,11	20b	0,16	21a	0,92
22a	0,66	21	0,28	21b	0,56
22b	0,14	22a	0,85	22	0,35
23a	0,62	22b	0,23	23a	0,87
23b	0,09	23	0,18	23b	0,38
24	0,07	24a	0,62	24a	0,35
25a	0,38	24b	0,23	24b	0,28
25b	0,10	25a	0,57	25a	0,70
26	0,03	25b	0,22	25b	0,50
		26a	0,18	26	0,23
		26b	0,12		

¹ Lösningsproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningssproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

Analys av skriftliga elevarbeten

En gemensam uppgift om talförståelse

Kurs: 1a (uppgift 8), 1b (uppgift 7), 1c (uppgift 7)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift fanns med på alla tre kurser ungefär i mitten av delprov B, som är det delprov som ska genomföras utan tillgång till digitala verktyg där endast svar krävs. Uppgiften handlade om att, utifrån två givna bråk med samma täljare men med olika nämnare, bestämma ett tal exakt mitt emellan de givna bråken. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en C-poäng.

Lösningsproportionen på uppgiften var på provet 0,17 för kurs 1a, 0,34 för kurs 1b och 0,62 för kurs 1c. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var Lösningproportionerna 0,15 för kurs 1a, 0,26 för kurs 1b och 0,57 för kurs 1c. Vid en analys av elevarbetena i det slumpmässiga urvalet visade det sig att ett felsvar var det mest förekommande i samtliga kurser. Eleverna hade i dessa elevarbeten svarat med ett bråk som hade samma täljare som de givna talen och en nämnare vars värde låg exakt mitt emellan de givna bråkens nämnare. Andelen av detta felsvar var som störst i kurs 1a. Även bland de korrekt lösta elevarbetena förekom två olika svarsformer, en grupp som svarade med ett decimaltal och en annan som svarade i bråkform. Andelen korrekta svar skrivna på bråkform var störst på kurs 1c.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %		
	Kurs 1a	Kurs 1b	Kurs 1c
Korrekt svar decimaltal	7	7	14
Korrekt svar bråk	8	19	43
Korrekt svar totalt	15	26	57
Felsvar (nämnare)	61	38	20
Övriga	20	34	21
Inget svar	4	2	2

En gemensam uppgift om procentuell ökning
Kurs: 1a (uppgift 6), 1b (uppgift 6), 1c (uppgift 6)
Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Ytterligare en uppgift som fanns med på alla tre kurser på delprov B handlade om procentuell ökning. Ökningen var satt i kontext där man kunde utläsa ett startvärde och slutvärde och därigenom bestämma procentuell ökning. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Lösningssproportionen på uppgiften var på provet 0,32 för kurs 1a, 0,40 för kurs 1b och 0,49 för kurs 1c. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningssproportionerna 0,27 för kurs 1a, 0,41 för kurs 1b och 0,42 för kurs 1c. Vid en analys av elevarbetena i det slumpmässiga urvalet visade det sig att två felsvar var mest förekommande i samtliga kurser. Det mest förekommande felsvaret berodde på att eleverna hade beräknat en förändringsfaktor och tolkat den som en större procentuell ökning då de inte subtraherat 1 från förändringsfaktorn. Det näst mest förekommande felsvaret berodde troligen på att eleverna utgått ifrån de givna värdena i kontexten och tolkat det som ett procentuellt värde. Elevarbetena i kurs 1a hade större andel övriga felsvar jämfört med kurs 1b och 1c men bland dessa var inget lika förekommande som de ovan nämnda felsvaren.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %		
	Kurs 1a	Kurs 1b	Kurs 1c
Korrekt svar	27	41	42
Felsvar (förändringsfaktor)	15	21	30
Felsvar (avläst värde)	11	6	5
Övriga	41	29	20
Inget svar	6	3	3

En uppgift på kurs 1b och 1c om primtalsfaktorisering

Kurs: 1b (uppgift 2), 1c (uppgift 1)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift som fanns med på kurs 1b och kurs 1c i början av delprov B handlade om primtalsfaktorisering. Eleverna skulle primtalsfaktorisera ett givet tal. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Lösningsproportionen på uppgiften var på provet 0,32 för kurs 1b och 0,63 för kurs 1c. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från respektive kurs var Lösningsproportionerna 0,31 för kurs 1b och 0,42 för kurs 1c. Vid en analys av elevarbetena i det slumpmässiga urvalet visade det sig att ett felsvar var mest förekommande i båda kurserna. Eleverna hade i dessa elevarbeten påbörjat en faktorisering men inte gjort fullständig primtalsfaktorisering. Detta felsvar förekom i två olika ofullständiga faktoriseringar valda att kallas *faktorisering 1* och *faktorisering 2* i tabellen nedan. Av de övriga felsvaren fanns ett som var näst mest förekommande efter ovan nämnda. Eleverna hade i dessa elevarbeten kombinerat faktorer och termer i svaret där summan blev utgångstalet. Nästan en fjärdedel av eleverna i kurs 1b lämnade inget svar på uppgiften.

Tabell 5. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Kurs 1b	Kurs 1c
Korrekt svar	31	56
Felsvar (<i>faktorisering 1</i>)	9	5
Felsvar (<i>faktorisering 2</i>)	4	4
Felsvar faktorisering totalt	13	9
Övriga	33	26
Inget svar	23	9

En gemensam uppgift om procentuell förändring

Kurs: 1a (uppgift 21), 1b (uppgift 21), 1c (uppgift 20)

Uppgiftstyp: Redovisning digitala verktyg

En uppgift fanns med på alla tre kurser på delprov D, som är det delprov som ska genomföras med tillgång till digitala verktyg där redovisning krävs. Uppgiften handlade om att, utifrån ett givet värde och en given procentuell förändring från ett okänt tidigare värde, beräkna det tidigare värdet. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge två C-poäng.

Lösningsproportionen på uppgiften var på provet 0,11 för kurs 1a, 0,28 för kurs 1b och 0,57 för kurs 1c. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningsproportionerna 0,08 för kurs 1a, 0,25 för kurs 1b och 0,55 för kurs 1c. Vid en analys av elevarbetena i det slumpmässiga urvalet visade det sig att två felsvar var mest förekommande i samtliga kurser. Det mest förekommande felsvaret berodde på att eleverna minskade det givna värdet med den givna procentuella förändringen. Det näst mest förekommande felsvaret berodde på att eleverna beräknade hur stor del av det givna värdet den givna procentdelen var. Nästan hälften av eleverna i kurs 1a och 1b redovisade det vanligast förekommande felsvaret.

Tabell 6. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %		
	Kurs 1a	Kurs 1b	Kurs 1c
Korrekt svar	8	25	55
Felsvar (procentavdrag)	47	43	29
Felsvar (procentdel)	11	11	4
Övriga	18	13	6
Inget svar	16	8	6

Analys av det muntliga delprovet

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 20–30 minuter per grupp. I delprovet skulle eleverna svara på frågor utifrån ett statistiskt material med diagram och tabell. Några av frågorna skulle besvaras enskilt och andra frågor ställdes som diskussionsfrågor till hela gruppen. Samma muntliga delprov användes för alla på kurs 1. Poängfördelningen på delprovet var 4 E-poäng, 5 C-poäng och 5 A-poäng.

Resultatet på det muntliga delprovet skiljer sig inte mellan pojkar och flickor på någon av kurserna. Av de elever som precis nått provbetyget E på de olika kurserna våren 2014 hade eleverna på kurs 1a i genomsnitt erhållit 24 procent av sina poäng på det muntliga delprovet, på kurs 1b var motsvarande värde 26 procent och 1c 27 procent. Lösningsproportionen för de elever som precis nått provbetyget E är ungefär en poäng högre på kurs 1b och c jämfört med 1a.

Tabell 7. Lösningsproportion på det muntliga delprovet våren 2014 per kurs. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E. (Observera att underlaget för elever som precis nått provbetyget E på kurs 1c är mycket litet.)

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1a	0,40 (n=2224)	0,36 (n=220)
1b	0,53 (n=2835)	0,42 (n=171)
1c	0,63 (n=455)	0,43 (n=20)

Elevernas resultat på det muntliga delprovet, delprov A, diskriminerar med avseende på provbetyg på alla betygsnivåer för samtliga tre kursprov.

Tabell 8. Genomsnittlig lösningspoäng på delprov A för elever som precis nått provbetyget E–A.

	Kurs 1a	Kurs 1b	Kurs 1c
Gränselev E	5,0	5,8	6,1
Gränselev D	7,1	7,6	7,6
Gränselev C	8,4	9,4	8,7
Gränselev B	9,4	11,2	10,2
Gränselev A	11,0	12,8	13,2

I lärarenkäten får lärarna bland annat ange sin huvudsakliga uppfattning om de olika delproven och då anser knappt 80 procent av lärarna på matematik 1b och 1c att delprov A är ganska bra eller bra. På matematik 1a är denna andel något högre där drygt 80 procent anser det.

I svaren på de öppna frågorna i lärarenkäten fanns många åsikter om muntliga delprov. Bland lärarna på kurs 1a fanns positiva kommentarer om det muntliga delprovet, men samtidigt anser många att det tar alldeles för mycket av den tid som skulle behövas till undervisning. Bland lärare på kurs 1b och 1c fanns många olika kommentarer. En del kommentarer handlade om tidsåtgången eller bedömningssvårigheter.

Exempel på kommentarer från lärarenkäterna:

"Ni måste ha bättre exempel av hur man bedömer muntliga delen om delprovet ska rättas likvärdiga t.ex. inspelad elevexempel med bedömning som med det nationella provet i engelska."

"Det muntliga provet tar för lång tid att genomföra i förhållande till hur mycket man får ut av bedömningen av det."

"Den muntliga delen är mycket bra! Bra förberedelse och uppstart inför de skriftliga delarna."

"Den muntliga delen tycker jag inte riktigt öppnar för möjligheter att diskutera på djupare nivå, fann inte riktigt utrymme i diagrammen för en diskussion på A-nivå. Däremot tyckte jag förra årets prov(spelet) gjorde det."

I lärarenkäten efterfrågades i vilken grad bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning av elevernas prestationer på de olika delproven. För delprov A, det muntliga delprovet svarade lärarna enligt tabellen nedan.

Tabell 9. Svar på frågorna "I vilken grad har bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning av dina elevers prestationer?" från lärarenkäten till kursproven 1a, 1b och 1c, vt -14. Fördelning av svarsalternativ i procent.

Kurs	Inte alls	I liten grad	I viss grad	I hög grad
1a (n=695)	2	11	41	46
1b (n=706)	5	17	42	36
1c (n=147)	10	22	39	29

Fördelningen av svaren för lärarna vad gäller det muntliga delprovet skiljer sig något. Lärarna anser att bedömningsanvisningarna gett underlag för bedömning av elevernas prestationer. På kurs 1a anser en större andel lärare att bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning än på kurs 1b och 1c. 87 procent har svarat i viss grad eller i hög grad på frågan jämfört med 78 procent på kurs 1b och 68 procent på kurs 1c.

För de skriftliga delproven var andelen lärare som svarat i viss grad eller i hög grad på denna fråga ännu högre, mellan 94 och 100 %. Lärare har även i de öppna kommentarerna skrivit att de tycker att bedömningsanvisningarna för de nationella proven i matematik 1 är tydliga och lätta att förstå och följa.