

Resultat från kursprovet i matematik 1c höstterminen 2016

Karin Rösmer Axelson & Mattias Winnberg

PRIM-gruppen

Inledning

De nationella kursproven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas av PRIM-gruppen, Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning över resultaten för kursprov 1c som gavs höstterminen 2016. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultat från genomförandet av det aktuella provet.

Resultatredovisningen från höstterminens kursprov i matematik 1c kommer från två skilda insamlingar. Den ena insamlingen är Skolverkets resultatinsamling från samtliga gymnasieskolor och omfattar resultat för provet som helhet. Insamlingen består av resultat från cirka 15 000 elever på matematik 1c.

Den andra insamlingen är PRIM-gruppens insamling som består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. Resultaten från lärarenkäterna och elevresultatet på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av kursproven. För matematik 1c består insamlingen av resultat från cirka 350 lärare och 1 250 elever (ca 500 flickor respektive ca 750 pojkar).

Kursproven från höstterminen 2016 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras i sin helhet. Kursproven från vårterminen 2012 omfattas inte längre av sekretess och dessa finns tillgängliga på PRIM-gruppens hemsida (www.su.se/primgruppen).

Provets sammansättning

Respektive kursprov omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och avsåg främst att pröva kunskaper om funktioner och mönster samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven, delprov B–D var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast till vissa av uppgifterna krävdes redovisning. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift som handlade om sannolikhet. Ett tredje skriftligt delprov bestod av redovisningsuppgifter.

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för kursprovets innehåll. Kursproven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid kursprovets konstruktion används poäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna. Poängen används för att få en fördelning enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på kvalitativa nivåer. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och kvalitativa nivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov. Från och med hösten 2016 genomfördes en förändring i hur förmågorna redovisas i kursprovet för matematik 1. Tidigare har en huvudsaklig förmåga redovisats i anslutning till respektive nivåpoäng i bedömningsanvisningen. Nu redovisas de förmågor som avses att provas för respektive poäng i en provsammanställning i häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*. Detta innebär att fler förmågor kan markeras för varje poäng. Om t.ex. förmågorna Begrepp (B) och

Problemlösning (PL) avses att provas för en C-poäng i en uppgift, är båda dessa markerade för den aktuella poängen i provsammanställningen. Eleven kan i detta fall även ha visat kunskaper inom procedurförmågan, men om dessa procedurer inte bedöms vara på C-nivå markeras inte Procedur (P) i sammanställningen. I lärarenkäten ställdes en fråga om denna förändring och 77 % av de tillfrågade lärarna ansåg att förändringen var bra eller ganska bra.

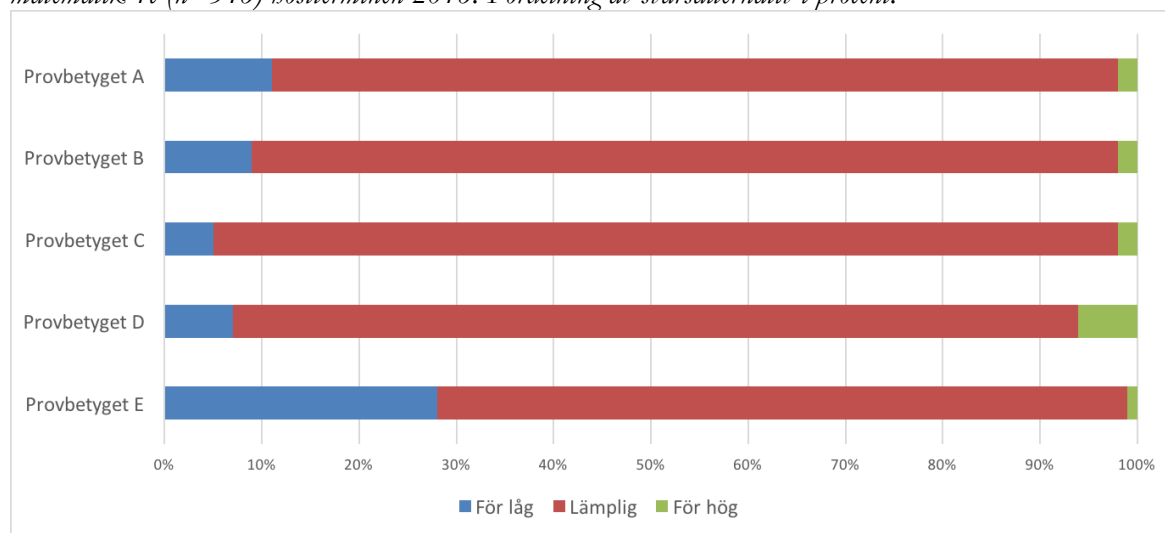
Resultat på proven

Vad gäller provbetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling i stort sett samma resultat som Skolverkets totalinsamling. I Skolverkets totalinsamling var andelen som minst nått provbetyget E, 96 procent för matematik 1c.

I lärarenkäten som hör till proven har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. För samtliga kravgränser för matematik 1c, är alternativet "Lagom" mest förekommande.

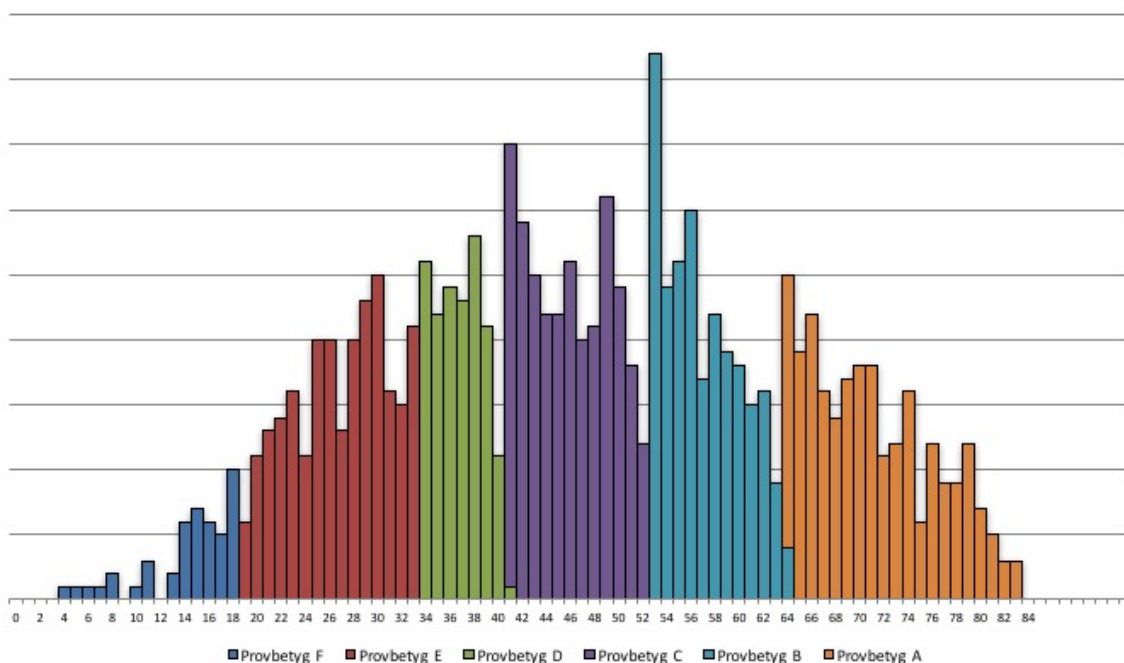
När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg denne hade tänkt sätta på elevens prestationer innan det nationella provet. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de, i matematik 1c, i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen 14,0 vilket var något lite lägre än den genomsnittliga betygspoäng (14,6) som eleverna presterade på provet. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, i genomsnitt sätta i stort sett samma betyg på elevernas prestationer som de sedan presterade i provbetyg.

Figur 1. Svar på frågan "Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?" för kursprovet i matematik 1c (n=346) höstterminen 2016. Fördelning av svarsalternativ i procent.



Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravgräns gör att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för att erhålla ett visst provbetyg men inte visat tillräcklig kunskap på provbetygsnivå (inte har tillräckligt med nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg än vad totalpoängen indikerar. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg.

Figur 2. Procentuell fördelning av total poängssumma för de elever som erhöill ett provbetyg på kursprovet i matematik 1c (n=1222) höstterminen 2016. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöill på kursprovet.



Tabell 1. Lösningproportioner¹ för respektive uppgift, vårterminen 2016. Lösningproportioner för samtliga elever som ingår i PRIM-gruppens urval (matematik 1c n=1222)

Uppgift delprov A & B	M	1	2	3	4	5	6	7a	7b	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Lösningproportion	0,73	0,99	0,97	0,44	0,87	0,59	0,48	0,77	0,73	0,46	0,38	0,66	0,68	0,49	0,39	0,50	0,51	0,32

Uppgift delprov C & D	17	18	19	20a	20b	20c	21a	21b	22	23	24a	24b	24c	25	26	27	28
Lösningproportion	0,46	0,67	0,91	0,78	0,59	0,43	0,64	0,48	0,55	0,28	0,92	0,68	0,38	0,66	0,31	0,38	0,36

¹ Lösningproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

Analys av skriftliga elevarbeten

En uppgift som handlar om trigonometri

Matematik 1c (uppgift 15)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift som fanns med på delprov B handlade om trigonometri. I uppgiften fanns en bild på en rätvinklig triangel med givna vinklar och given längd på hypotenusan samt en tabell med värden för sinus-, cosinus- respektive tangens-värden för olika vinklar. Eleven skulle utifrån detta beräkna längden på en av de okända sidorna i triangeln. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en A-poäng.

Lösningssproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,51. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningssproportionen 0,53. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var det vanligast förekommande. Detta felsvar nåddes på två olika sätt. Eleven hade valt sin- alternativt cos-värde i tabellen för någon av de två givna vinklarna, men inte korrekt trigonometriskt uttryck. Ett annat felsvar, som är i princip detsamma som föregående, var att eleverna valt sinusvärdet för 90 grader i tabellen. Man kan tänka sig att eftersom $\cos 90$ grader är 0 så var detta ett alternativ som eleverna uteslöt eftersom svaret skulle bli en sträcka. 15 elever hoppade över uppgiften.

Tabell 2. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 15

Svar:	Andel av elevsvaren i %
korrekt svar	53
korrekt tabellvärde men felaktigt trigonometriskt uttryck	7
sin för 90 grader	4
övriga felsvar	21
inget svar	15

En uppgift som handlar om exponentiell tillväxt

Matematik 1c (uppgift 23)

Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg

En uppgift fanns med på delprov D, som är det delprov som ska genomföras med tillgång till digitala verktyg och där redovisning krävs. Uppgiften handlade om att, utifrån två givna årtal, mellan vilka en mängd hade fördubblats, beräkna den årliga procentuella ökningen. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge en C-poäng för en påbörjad lösning i form av en uppställd potensekvation eller ett uttryck och en C-poäng för lösning med korrekt svar.

Lösningssproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,28 för matematik 1c. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningssproportionen densamma. I lösningssproportionerna är inräknat både de elevsvar som erhållit två poäng och de elevsvar som erhållit en poäng. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var det absolut mest förekommande. Detta felsvar innebar att eleverna hade beräknat en linjär ökning. Antingen hade de beräknat den totala procentuella ökningen och dividerat med antal år eller hade de tagit själva ökningen i den enhet den angavs och dividerat med antal år och sedan dividerat med ursprungsmängden eller ökningen vilka var samma värde eftersom ökningen var 100 %.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 23

Svar:	Andel av elevsvaren i %
korrekt svar	25
påbörjad lösning	5
linjär ökning	30
övriga felsvar	32
inget svar	8

En uppgift om en funktions värde samt funktionens värdemängd

Matematik 1c (uppgift 24)

Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg

Uppgift a) innebar att bestämma ett funktionsvärde för en funktion beskriven som en verklig problemlösningssituation. Uppgiften kunde ge en E-poäng för korrekt beräknat funktionsvärde. Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,92. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var Lösningsproportionen densamma. Vid analys av dessa elevarbeten visade det sig att några (4) elever blandat ihop två relevanta begrepp förknippade med denna funktion. Två elever hoppade över uppgiften.

Tabell 4. Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 24a

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Lösning med korrekt svar	92
Felaktigt svar då eleven blandat ihop begrepp	4
Felaktigt svar utan redovisad lösning	2
Inget svar	2

Uppgift b) handlade om att ange denna funktion utifrån den förklarande texten i uppgiftens ingress. Uppgiften kunde ge en E-poäng för ett godtagbart tecknat uttryck samt en C-poäng för en godtagbart tecknad funktion. Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,68. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var Lösningsproportionen 0,65. I Lösningsproportionerna inräknas både de elevsvar som erhållit två poäng och de elevsvar som erhållit en poäng. Vid analys av elevarbetena var det vanligaste felet att eleverna tecknade ett felaktigt funktionsuttryck vilket saknade konstanter. Sju elever hoppade över uppgiften.

Tabell 5. Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 24b

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Godtagbart tecknad funktion	58
Godtagbart tecknat uttryck	14
Felaktigt tecknad funktion/uttryck	20
Övriga felsvar	1
Inget svar	7

Uppgift c) gällde denna funktions värdemängd. Uppgiften kunde ge en E-poäng då en gräns för funktionens värdemängd angivits. C-poängen delades ut då övre och undre gränsen angivits utan matematiska symboler. Då funktionens värdemängd angivits med matematiska symboler delades dessutom en A-poäng ut. Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,38. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var Lösningsproportionen 0,39. Vid analys av dessa elevarbeten var det vanligaste förekommande felet att eleverna angett funktionens definitionsmängd. Åtta elever hoppade över uppgiften.

Tabell 6. *Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 24c*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt värdemängd med matematiska symboler	26
Värdemängdens övre och undre gräns utan matematiska symboler	3
Anger endast en gräns för funktionens värdemängd	32
Felaktiga svar	31
Inget svar	8

En uppgift om två geometriska figurers area

Matematik 1c (uppgift 26)

Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg

Uppgiften handlade om att, utifrån en bild, visa att en större geometrisk figur har precis dubbelt så stor area som en mindre geometrisk figur. Totalt kunde denna uppgift ge två C-poäng och två A-poäng. Den första C-poängen delades ut vid påbörjad lösning, till exempel en formulering av ett generellt samband mellan två avstånd i de olika geometriska figurerna. För två C-poäng krävdes en påbörjad generell formulering av ett uttryck för den större figures area utifrån den mindre figures area eller att visa, för något numeriskt värde, att den större figures area är precis dubbelt så stor som den mindre figures area. Den första A-poängen delades ut då eleven tecknade ett generellt uttryck för den större figures area utifrån den mindre figures area. För två A-poäng krävdes det dessutom att man visade sambandet mellan dessa figurers areor. Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,31. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var Lösningsproportionen 0,26. Vid analys av dessa elevarbeten upptäcktes två vanliga felsvar. Vissa elever försökte felaktigt visa att ett avstånd i den större figuren var precis dubbelt så stort som ett avstånd i den mindre figuren. Ett annat vanligt felsvar var att eleverna i sitt resonemang utgick från det som skulle visas i uppgiften, det vill säga att den större figures area är dubbelt så stor som den mindre figures area. Flertalet elever hade förmodligen svårt att förstå uppgiften eller komma in i uppgiften då 36 elever hoppade över den. Eleverna visar således bristande kunskaper i att kunna upptäcka generella samband samt att kunna presentera dessa samband med symbolisk algebra i en problemlösningssituation.

Tabell 7. Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 26

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Lösning där eleven visar sambandet generellt	8
Lösning där eleven tecknar ett generellt uttryck för areorna, men inte visar sambandet generellt	4
Lösning där eleven påbörjar en generell formulering eller visar för något numeriskt värde	27
Påbörjad lösning	6
Argumenterar felaktigt att ett avstånd i den större figuren är dubbelt så stort som ett avstånd i den mindre figuren	8
Felaktigt resonemang vikt utgår från det som ska visas	5
Övriga felsvar	6
Inget svar	36

Analys av det muntliga delprovet, delprov A

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 20–30 minuter per grupp. Delprovet handlade om mönster och funktioner i olika representationsformer. Några av frågorna i delprovet skulle besvaras enskilt och andra frågor var diskussionsfrågor till hela gruppen. Poängfördelningen på delprovet var 3 E-poäng, 4 C-poäng och 4 A-poäng.

Resultatet på det muntliga delprovet skiljer sig inte mellan pojkar och flickor. Av de elever som precis nått provbetyget E på de olika kurserna höstterminen 2016 hade eleverna på matematik 1c i genomsnitt erhållit 25,3 % av sina poäng på det muntliga delprovet.

Tabell 8. Lösningsproportion på det muntliga delprovet höstterminen 2016 för matematik 1c. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E.

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1c	0,73 (n=1222)	0,44 (n=62)

Tabellen nedan visar elevernas resultat på det muntliga delprovet, delprov A, för ”gränselever”. Gränselever definieras som de elever som precis nått poänggränsen för ett visst provbetyg.

Tabell 9. Genomsnittlig lösningspoäng på delprov A för elever som precis nått provbetyget E-A.

Kurs 1c	
Gränselev E	4,8
Gränselev D	6,8
Gränselev C	8,0
Gränselev B	9,0
Gränselev A	9,7

I lärarenkäten får lärarna bland annat ange sin huvudsakliga uppfattning om de olika delproven och då anser 79 % av lärarna på matematik 1c att delprov A är bra eller ganska bra.

I svaren på de öppna frågorna i lärarenkäten fanns många kommentarer om muntliga delprov. Bland lärarna för matematik 1c anser många att det tar alldeles för mycket tid att genomföra och att bedömningen inte uppfattas som reliabel.

Exempel på kommentarer från lärarenkätorna:

”Den muntliga delen tillför ingenting till bedömningen. Samma resultat som på den skriftliga delen. Däremot tar den mycket tid i anspråk, som skulle kunna läggas på undervisning.”

”Jag tycker att jag har gjort det bästa jag kan för att, tillsammans med mina kollegor, förstå vad som menas i bedömningsmatriserna till den muntliga delen. Ändå överpresterar mina elever på den muntliga delen jämfört med de andra delarna. Är jag för snäll i min bedömning? Omöjligt att veta med de instruktioner vi fått. Med min vår tolkning av bedömningsmatriserna är jag inte det. Men gör andra skolors lärare samma tolkning?”

”Muntliga delar på NP tenderar att bli mycket svåra att bedöma rättvist. Bedömningen blir ibland fall en fråga om hurvida eleven behöver poängen och om jag därför skall tolka elevens prestation till dennes fördel.”

I lärarenkäten efterfrågades i vilken grad bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning av elevernas prestationer på de olika delproven. För delprov A, det muntliga delprovet svarade lärarna enligt tabellen nedan. Bedömningsanvisningarna till det muntliga delprovet innehöll i detta delprov exempel på bedömda elevarbeten.

Tabell 10. Svar på frågan ”I vilken grad har bedömningsanvisningarna gett dig tillräckligt underlag för bedömning av dina elevers provprestationer?” från lärarenkäten till kursprovet 1c höstterminen 2016. Fördelning av svarsalternativ i procent.

Kurs	I hög grad	I viss grad	I liten grad	Inte alls
1c (n=346)	43	40	14	3