

Resultat från nationella provet i matematik 1c

höstterminen 2021

Jenny Ek och Katarina Kristiansson

Rapport 2022:1

PRIM-gruppen
Institutionen för ämnesdidaktik



Stockholms
universitet

Innehåll

Inledning	3
Provets sammansättning.....	3
Resultat från prov och enkäter	4
Stöd för betygssättning	4
Provbetyg	4
Kravgränser.....	5
Lösningsproportioner och fördelning av totalpoäng	7
Centralt innehåll.....	8
Analys av elevarbeten	9

Inledning

De nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för det nationella provet i matematik 1c som gavs höstterminen 2021. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultaten från genomförandet av detta prov.

Resultatredovisningen från höstterminens nationella prov i matematik 1c kommer från PRIM-gruppens urvalsinsamling och bestod av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. PRIM-gruppens urvalsinsamling för matematik 1c omfattade höstterminen 2021 elever från naturvetenskapsprogrammet och teknikprogrammet. Cirka 60 % av eleverna i insamlingen läste naturvetenskapsprogrammet och cirka 40 % läste teknikprogrammet. Skolverket genomför enbart insamling av provbetyg på nationella prov för elevers avslutande matematikkurs i gymnasieskolan.

Resultaten från lärarenkäterna och elevresultaten på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av de nationella proven. För matematik 1c bestod insamlingen från höstterminen 2021 av resultat från ca 220 lärare och ca 1400 elever (ca 550 flickor respektive ca 850 pojkar).

Det nationella provet från höstterminen 2021 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras. Nationella prov som inte längre omfattas av sekretess finns tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats (www.su.se/primgruppen).

Provets sammansättning

Ämnesplanen för matematik reviderades och började gälla 1 juli 2021¹. Höstterminen 2021 gavs det första provet som följer denna revidering. Både kunskapskrav och centralt innehåll har genomgått förändringar. Det centrala innehållet har delats in i nya områden med nya rubriker och inom dessa områden har innehåll tillkommit. Inom området aritmetik, algebra och funktioner har till exempel funktionsbegreppet utökats med bland annat räta linjens ekvation. Inom området trigonometri och vektorer har vektorers representation i koordinatform förtydligats och bestämning av en vektors längd tillkommit. Inom området sannolikhet och statistik har statistikområdet förändrats genom att några statistiska begrepp exemplifieras. Även området problemlösning, verktyg och tillämpningar har fått nya skrivningar, där bland annat användningen av kalkylprogram adderats.

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för de nationella provens innehåll. Proven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna

¹ Den reviderade ämnesplanen i matematik enligt SKOLFS 2020:94

förmågorna. Vid provens konstruktion används nivåpoäng för att få en fördelning enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på kvalitativa nivåer. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och kvalitativa nivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov.

Det nationella provet för kurs 1c omfattade tre skriftliga delprov, delprov B–D. Delprov B bestod av uppgifter som endast krävde svar och digitala verktyg var inte tillåtna. Delprov C bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift, men även av några uppgifter som krävde kortare redovisningar. Samtliga uppgifter i delprov C skulle lösas utan hjälp av digitala verktyg. Delprov D bestod av redovisningsuppgifter där miniräknare och formelblad var en förutsättning. Även digitala verktyg som grafitande och symbolhanterande var tillåtna.

Resultat från prov och enkäter

Stöd för betygssättning

Syftet med det nationella provet är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning² och i lärarenkäten fick lärare ta ställning till påståendet ”Provet som helhet är ett stöd för betygssättningen”. Cirka 90 % av lärarna instämmer helt eller till stor del med detta påstående.

Provbetyg

PRIM-gruppens urvalsinsamling visade att andelen som minst nått provbetyget E var cirka 93 % för matematik 1c. Fördelningen för de olika provbetygen var ca 22 % E, 14 % D, 27 % C, 16 % B och 14 % A. Den genomsnittliga betygspoängen var 13,6³. I en jämförelse med de senaste fem årens höstterminsprov ligger den genomsnittliga betygspoängen för detta kursprov något lägre. Dock överensstämmer den ganska väl med den genomsnittliga betygspoängen för provet som gavs höstterminen 2011, då det i och med den nya läroplanen också fanns förändringar i det centrala innehållet.

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg denne hade tänkt att sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. Den genomsnittliga betygspoängen för de kursbetyg lärarna angav i urvalsinsamlingen att de hade tänkt sätta var också 13,6. Den genomsnittliga nivån på betygen som lärarna angav innan provtillfället hade således samma genomsnittliga nivå som provbetygen. Detta kan jämföras med de senaste fem årens höstterminsprov då eleverna presterat något högre än det lärarna angett att de hade tänkt sätta.

² Lärarinformation för det nationella provet i matematik kurs 1, höstterminen 2021.

³ Varje provbetyg ger en viss betygspoäng. Provbetyget A = 20 poäng, B = 17,5 poäng, C = 15 poäng, D = 12,5 poäng, E = 10 poäng och F = 0 poäng. För att beräkna den genomsnittliga betygspoängen i urvalsinsamlingen adderas samtliga elevers poäng och divideras med det totala antalet elever.

Kravgränser

Kravgränserna består av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravgräns används för att kunna ställa krav på både visad bredd och djup i kunskaperna. Kravgränsmodellen innebär att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för att uppnå ett visst totalpoängskrav men inte visat tillräcklig kunskap för en viss provbetygsnivå (inte har tillräckligt många nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg.

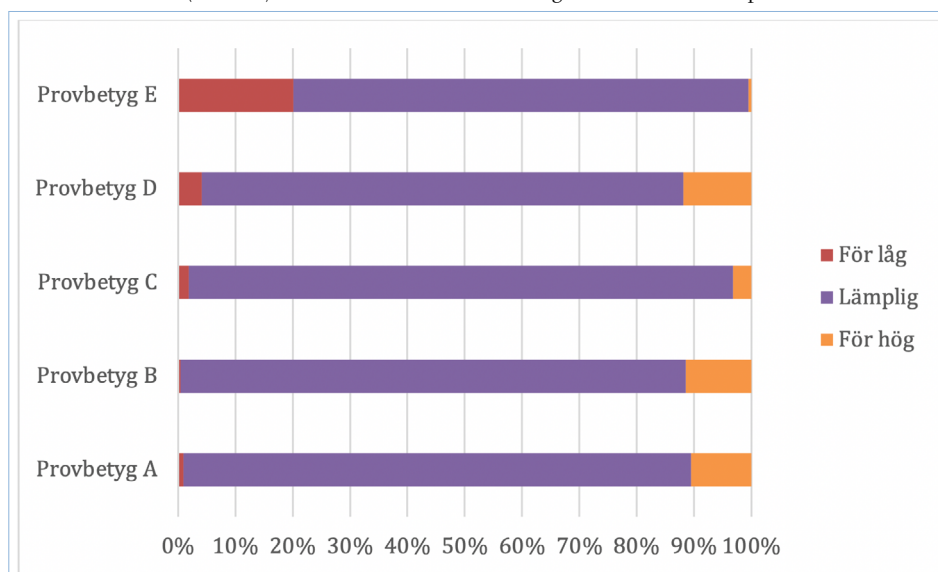
Tabell 1. Kravgränser för de olika provbetygen, matematik 1c höstterminen 2021.

Matematik 1c	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 15 poäng	Minst 27 poäng	Minst 35 poäng	Minst 46 poäng	Minst 53 poäng
Nivåkrav		Varav minst 7 poäng på lägst nivå C	Varav minst 12 poäng på lägst nivå C	Varav minst 6 poäng på lägst nivå A	Varav minst 9 poäng på lägst nivå A

I lärarenkäten som hör till provet har lärare svarat på frågan vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. För samtliga kravgränser är alternativet ”Lämplig” mest förekommande (se Figur 1).

Vid jämförelse med de senaste fem kursproven för matematik 1c som getts på höstterminen skiljer sig resultatet något åt i den här frågan. För samtliga provbetyg är det en lägre andel lärare som för provet hösten 2021 anser att kravgränserna var för låga. För provbetyget E är det ungefär 20 % som detta år tyckte att nivån var för låg jämfört mot tidigare år då motsvarande andel legat mellan 30–40 %. När det gäller de högre provbetygen har det de tidigare åren handlat om några enstaka procent som ansett att kravgränsen varit för hög medan det i år är runt 10 % som tyckte att framförallt kravgränserna för betygen A, B respektive D var för höga.

Figur 1. Svar på frågan ”Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?” för nationella provet i matematik kurs 1c ($n = 224$) höstterminen 2021. Fördelning av svarsalternativ i procent.



I lärarenkäten fanns möjlighet att i fritext lämna kommentarer om provet. Synpunkterna handlar både om provet som helhet och om specifika uppgifter. Ett vanligt ämne som lärare tar upp handlar om svårighetsnivån på provet jämfört med tidigare år.

Exempel på synpunkter från lärarna om provet som helhet:

Bra prov som helhet och jag tycker det är mycket bra att nivån har höjts jämfört med förra provet.

Jag känner att provet som helhet var bra, bättre än tidigare år ärligt talat.

Som vanligt är proven väldigt bra. Tydliga, lätta att rätta och på en bra nivå.

Det känns som kraven har höjts för de högre betygen. Färre "lätta" A-poäng än vad det brukar finnas. Jag hade gärna haft B-gränsen mer mitt mellan C och A-gränserna.

Jag har svarat utifrån att det är en ny kurs och provet signalerar att nu är Ma 1c svårare. Färre når A, det är mindre repetition och större krav. Du kan inte räkna med att höja dig med att du är bra på problemlösning. Nivån är mer som gamla Ma2c. Utifrån detta är provet bra och nivåerna ok och om några år kommer eleverna att konkurrera på mer lika villkor (likvärdiga betyg i Ma1c).

Svårighetsgraden är höjd, markant. Bra! Det gör att skillnaden mellan högstadiet och gymnasiet förtydligas samt att skillnaden mellan kurs 1 och 2 minskar.

Jag tycker fortfarande att E gränsen är väl låg, men samtidigt noterar jag också att provet som helhet var märkbart tuffare för eleverna jämfört med tidigare år. Alltså då syftar jag på nivåerna för betygen B och A.

Provet var svårare än tidigare 1c-prov. Egentligen tycker jag att det är bra att höja nivån, men det kan bli orättvist mot den här årskullen som ändå konkurrerar om högskoleplatserna med tidigare årskullar.

De kommentarer som handlade om enskilda uppgifter berörde ofta uppgift 16 och dessa kommentarer handlade t.ex. om att denna uppgift var svår eller att den var språkligt utmanande. Exempel på synpunkter:

Stora uppgiften i del C var dramatiskt mycket svårare än många liknade.

C-delens stora uppgift var onödigt tillkrånglad textmässigt.

Fråga 16 för komplex och tidskrävande.

Del C var svår att förstå för många, språkligt.

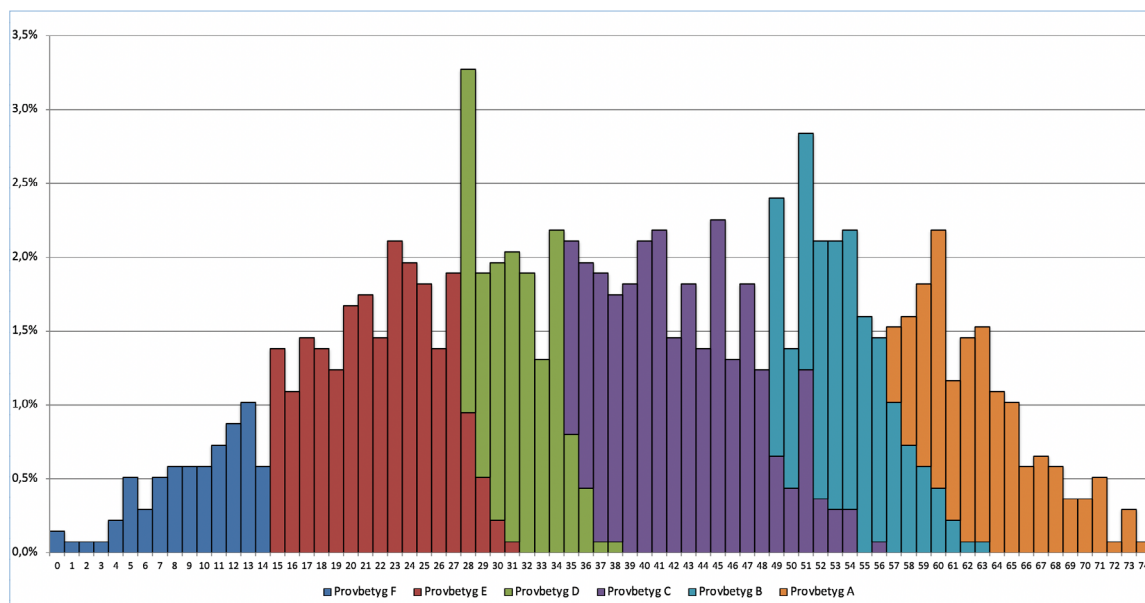
Bra prov med lagom svårighetsgrad. Dock var stora uppgiften på del C krångligt formulerad och svår att förstå för elever med annat modersmål än svenska. Ett tidigt fel gjorde att man kom fel i hela uppgiften.

Denna uppgift inledde delprov C. Resultaten på uppgiften från urvalsinsamlingen stämde väl överens med den uppskattade nivån vid kravgränssättningen. Hänsyn togs till uppgiftens svårighetsnivå när kravgränserna för de olika provbetygen sattes.

Lösningsproportioner och fördelning av totalpoäng

Totalpoängen på provet var 74 poäng och nedan presenteras fördelning av total poängssumma på provet (se Figur 2) samt en tabell över lösningsproportion på respektive uppgift (se Tabell 2).

Figur 2. Procentuell fördelning av total poängssumma för de elever som erhölet ett provbetyg på nationella provet i matematik kurs 1c ($n = 1375$) höstterminen 2021. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhölet på nationella provet.



Tabell 2. Lösningproportioner 1 för respektive uppgift, höstterminen 2021. Lösningproportioner för samtliga elever som ingår i PRIM-gruppens urval (matematik 1c $n = 1375$).

Uppgift delprov B	1	2	3	4a	4b	5a	5b	6	7a	7b	8	9	10	11	12a	12b	12c	13	14	15
Lösningproportion	0,94	0,90	0,82	0,94	0,69	0,60	0,42	0,84	0,81	0,31	0,69	0,42	0,81	0,52	0,69	0,45	0,35	0,48	0,39	0,46

Uppgift delprov C	16	17a	17b	17c	18	19
Lösningproportion	0,50	0,58	0,47	0,32	0,51	0,22

Uppgift delprov D	20a	20b	21	22a	22b	22c	23	24	25	26	27	28a	28b	29	30	31	32
Lösningproportion	0,89	0,86	0,43	0,92	0,74	0,25	0,77	0,76	0,75	0,40	0,68	0,32	0,24	0,46	0,38	0,30	0,15

Centralt innehåll

I lärarenkäten fick lärare ta ställning till påståendet ”Uppgifterna i provet speglar det centrala innehållet som jag tagit upp i min undervisning.” Av de lärare som besvarade enkäten instämde 93 % av lärarna helt eller till stor del.

Exempel på synpunkter från lärarna om det centrala innehållet:

På NP var det mycket stort fokus på funktioner, vilket jag tagit upp i min undervisning men kanske inte med tillräckligt djup.

Jag saknar uppgifter om ekvationer och funktioner – behövs mera för att eleverna ska förstå hur viktigt det är för ma och fy.

Provet behandlade kursens innehåll i sin helhet. Delprov D i synnerhet lade otroligt stor vikt vid exponentiell tillväxt, framförallt i förhållande till hur lite provet fokuserade på linjära samband.

Det speglar innehållet, men provets höga uppgiftsandel med funktioner och då främst exponentialfunktioner är inte proportionell mot hur mycket tid jag använder för det i kursen.

Efter revideringen av kursplanen och utökandet av linjära funktioner var min uppfattning att det var ett område som kunde dyka upp mycket. Däremot var det snarare exponential- och potensfunktioner som dominerade NP, vilket vi inte har arbetat lika mycket med i undervisningen.

Hade inte gått igenom felmarginall.

Vissa begrepp ur statistik hanns inte med.

Vi hann inte räkna hela statistikavsnittet innan provet.

Hann inte arbeta med kalkylprogram innan NP.

Pga lektionsbortfall hann vi inte med kalkylblad ordentligt innan provet.

Ett bra prov och särskilt bra är att en uppgift med kalkylprogram fanns med.

Analys av elevarbeten

I följande avsnitt redovisas en fördjupad analys av ett urval uppgifter från nationella provet i matematik 1c höstterminen 2021. Det är till exempel uppgifter som representerar det nya innehållet i kursen. Analysen utgår från ett slumpmässigt urval av 100 elevlösningar. I analysen av elevlösningar har vi fokuserat på att undersöka vilka tänkbara utmaningar elever haft i förhållande till centralt innehåll och presenterar lösningsproportioner och de vanligaste förekommande elevsvaren.

En uppgift om ekvation

Matematik 1c (uppgift 4b)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 4b på delprov B var en given ekvation som skulle lösas. Uppgiften avsåg att pröva ekvationslösning av en linjär ekvation, i detta fall en ekvation som innehöll multiplikation av parentesuttryck. Parentesuttrycken bestod av två termer vardera. Då den ena parentesen innehöll en subtraktion behövde eleverna även ha kunskap om multiplikation såväl som addition och subtraktion med negativa tal för att kunna lösa ekvationen. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,69 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var lösningsproportionen 0,65 ($n = 100$).

Det krävdes ingen redovisning av ekvationslösningen men genom analys av de olika angivna svaren är det möjligt att resonera om hur elever kan ha löst uppgiften och vilka troliga fel som kan ha gjorts. För att lösa uppgiften krävdes flera delberäkningar och vid analysen framkom att olika kombinationer av felräkningar kunde leda fram till samma felsvar. Det är därför svårt att veta exakt vilka fel som gjorts i ekvationslösningen, men det verkar dock som att det var vanligare att flera fel gjorts än bara ett fel. Analysen tyder på att de fel som eleverna framförallt verkar ha gjort är

- ett eller flera teckenfel vid multiplikation av tal i parenteserna,
- att endast två eller tre av de fyra multiplikationerna vid parentesmultiplikationen genomförts,
- felaktig subtraktion eller addition i något led i ekvationslösningen,
- att missa en term i ett av leden till nästa steg i ekvationslösningen.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 2.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	65
Felsvar, teckenfel och/eller fel vid multiplikation	10
Felsvar, felaktig addition av termerna	3
Felsvar, övriga	9
Inget svar	13

En uppgift om definitionsmängd

Matematik 1c (uppgift 5b)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 5 i delprov B bestod av två deluppgifter. I den första deluppgiften skulle en funktion anges utifrån en verklighetsnära situation som inkluderade en behållare med vätska som tömdes med konstant hastighet. Den första deluppgiften klarade 60 % ($n = 1375$) av eleverna i urvalsinsamlingen att lösa.

I den andra deluppgiften, som analysen nedan berör, skulle en definitionsmängd för elevens angivna funktion anges. En utmaning var att det huvudsakligen var elevens eget svar på första deluppgiften som utgjorde grunden för den andra deluppgiften. Det fanns dock möjlighet att resonera och ange definitionsmängd direkt från beskrivningen i uppgiften. Uppgiften avsåg att pröva kunskaper som berör begreppet definitionsmängd men även hur en definitionsmängd ska kommuniceras med hjälp av lämpliga symboler.

Den andra deluppgiften bedömdes med en poäng om en gräns var godtagbart angiven och två poäng om båda gränserna var godtagbart angivna. För denna uppgift erhöll 18 % ($n = 1375$) av eleverna endast den första delpoängen och 33 % ($n = 1375$) av eleverna båda poängen. Den totala lösningsproportionen var 0,42 ($n = 1375$) och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,39 ($n = 100$).

Analysen av svaren på denna uppgift kan kategoriseras i tre grupperingar av felsvar. Ett relativt vanligt felsvar bestod av att funktionens värdemängd var angiven istället för funktionens definitionsmängd. Detta skulle kunna indikera att eleverna som angett dessa svar blandar ihop de två närliggande begreppen. En annan grupp felsvar innehöll korrekt värde för den ena gränsen eller till och med korrekta värden för båda gränserna men med felaktiga variabler eller olikhetstecken. Detta skulle kunna indikera att det för dessa elever snarare är en utmaning i användandet av korrekta matematiska variabler. Den sista gruppen felsvar var en samling av olika felsvar som indikerar att eleverna har bristande kunskaper om definitionsmängd i kombination med hur en definitionsmängd kommuniceras. Dessa felsvar bestod t.ex. av att eleverna angett ett enskilt värde, en formel eller en ekvation.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 5b.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar (1/1/0)	34
Anger en gräns godtagbart (1/0/0)	10
Felsvar, felaktigt intervall	13
Felsvar, fel variabler eller fel olikhetstecken	14
Felsvar, övriga	21
Inget svar	8

En uppgift om funktioner

Matematik 1c (uppgift 7)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 7 i delprov B bestod av två separata deluppgifter. Till varje deluppgift presenterades en värdetabell med fem olika par av värden för variablerna x och y . I deluppgifterna skulle eleverna ange y som en funktion av x . Varje deluppgift gav en poäng för korrekt angiven funktion.

Den första deluppgiften hade en linjär funktion som korrekt svar. Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,81 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet var Lösningsproportionen 0,84 ($n = 100$).

Den andra deluppgiften hade en exponentialfunktion som korrekt svar. Den korrekta exponentialfunktionen var på formen $y = n^x$ (där n var ett heltal). Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,31 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet, som denna analys bygger på, var Lösningsproportionen 0,30 ($n = 100$). Lösningsproportionerna tyder på att den andra deluppgiften var svårare än den första.

Det vanligaste förekommande felsvaret var att en annan typ av funktion än den efterfrågade angavs, till exempel en potensfunktion eller en linjär funktion. Bland felsvaren fanns två olika potensfunktioner och tre olika linjära funktioner som fungerade för två av talparen i tabellen. Andra fel som förekom var att eleverna endast angav en konstant eller att de angav en linjär funktion som inte fungerade för något talpar alls.

En möjlig tolkning är att elever blandar ihop uttryckssättet för potensfunktioner och exponentialfunktioner på så vis att de inte kan avgöra vilket som ska vara bas och vilket som ska vara exponent. Det är även intressant att notera att en stor andel av eleverna som angett fel funktion ändå hittat en fungerande funktion för två talpar.

Tabell 5. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 7b.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	30
Felsvar, potensfunktion	14
Felsvar, linjär funktion	7
Felsvar, endast en konstant	7
Felsvar, övriga	13
Inget svar	29

En uppgift om algebraiskt uttryck

Matematik 1c (uppgift 9)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 9 i delprov B bestod av två tal angivna som variabler samt en beskrivning av sambandet mellan dem. Eleverna skulle tolka sambandet och utifrån det teckna ett algebraiskt uttryck med hjälp av variablerna. För korrekt svar krävdes att uttrycket innehöll båda variablerna samt operationstecken. Uppgiften kunde ge en poäng och endast svaret bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,42 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för analysen var lösningsproportionen 0,34 ($n = 100$).

Analysen visade att två vanliga sorts felsvar förekom. I den ena sortens felsvar använde eleverna ett eller flera olikhetstecken istället för de operationstecken som krävdes. Att olikhetstecken används kan bero på att uppgiften innehöll ett signalord som felaktigt kan tolkas som att det var ett intervall som skulle anges. En annan sorts fel var att någon eller några delar i uttrycket angavs korrekt men någon del saknades, t.ex. att uttrycket skrevs utan parentes.

Tabell 6. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 9.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	34
Felsvar, felaktigt använt olikhetstecken.	26
Felsvar, någon del i uttrycket korrekt	7
Felsvar, övriga	17
Inget svar	16

En uppgift om vektorer

Matematik 1c (uppgift 17)

Uppgiftstyp: Redovisning utan digitala verktyg

Uppgift 17 i delprov C bestod av tre deluppgifter och utgick från två olika vektorer ritade i ett koordinatsystem. I den första deluppgiften skulle eleverna skriva den ena vektorn i koordinatform. Den efterfrågade vektorn hade startpunkt och slutpunkt i den första kvadranten och utgick inte från origo. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningssproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,58 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var lösningssproportionen 0,57 ($n = 100$).

Analysen visade att det vanligaste felet var att ange koordinaterna för den efterfrågade vektorns slutpunkt och det förekom i en femtedel av elevlösningarna. Det förekom också felsvar där koordinaterna för både start- och slutpunkt för den efterfrågade vektorn angavs. Ytterligare ett felsvar var att koordinaterna för den andra vektorn i koordinatsystemet angavs.

Tabell 7. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 17a.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	57
Felsvar, vektorns slutpunkt	20
Felsvar, vektorns start- och slutpunkt	6
Felsvar, fel vektor	4
Felsvar, övriga	8
Inget svar	5

I den andra deluppgiften skulle eleverna addera de utritade vektorerna och rita resultanten i koordinatsystemet. En utmaning med uppgiften var att ingen av vektorerna utgick från origo. Uppgiften bedömdes med en poäng för korrekt ritad vektor.

Lösningssproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,47 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet var lösningssproportionen 0,48 ($n = 100$).

I analysen framkom att eleverna löste uppgiften på i huvudsak två olika sätt. Antingen genom att parallellförflytta en av vektorerna och därefter rita in resultatanten eller genom att först skriva båda vektorerna i koordinatform för att sedan addera dem och slutligen rita in resultatanten. Det vanligaste felet visade sig vara att endast addera vektorerna utan att rita in resultatanten eller att resultatanten hade fel eller helt saknade riktning. Ett annat återkommande fel var att vektorerna subtraherats och i dessa fall var resultatanten inte utritad alls. När lösningsmetoden var att först addera vektorerna i koordinatform och sedan rita in resultatanten i koordinatsystemet, förkom fel vid additionen. Den felaktigt beräknade resultatanten ritades sedan korrekt.

Tabell 8. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 17b.

	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	48
Felsvar, korrekt addition men felaktig resultant	25
Felsvar, subtraktion	6
Felsvar, felaktig addition i koordinatform	3
Felsvar, övriga	10
Inget svar	8

I den tredje deluppgiften skulle längden av de adderade vektorerna bestämmas. Eleverna kunde använda den formel som gavs i formelbladet för bestämning av en vektors längd eller beräkna längden med Pythagoras sats. Beroende på val av lösningsmetod kunde denna deluppgift också ställa krav på korrekt växling mellan representationsformer. För lösning med korrekt svar gavs en poäng.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,32 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet var lösningsproportionen också 0,32 ($n = 100$). I analysen kunde vi också se att nästan en tredjedel av eleverna helt hade hoppat över denna deluppgift.

Analysen av lösningarna i denna deluppgift visade att det vanligaste felet var att endast beräkna och ange de adderade vektorerna i koordinatform. Det var ungefär lika vanligt med elevlösningar där vektorns längd hade bestämt med korrekt metod, men utifrån en felaktigt adderad vektor. Bland övriga felsvar fanns det lösningar där elever försökt använda Pythagoras sats eller den i formelbladet givna formeln för beräkning av längden på en vektor, men inte genomfört metoden korrekt. Fel som förekom då var till exempel att elever adderade en vektors x - och y -koordinat och sedan kvadrerade summan, eller att de beräknade längden för en vektor i taget och sedan adderade dem. Det förekom också att elever istället för att kvadrera multiplicerade med två.

Tabell 9. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 17c.

	Andel av elevsvaren i %
Redovisad lösning med korrekt svar	32
Felsvar, vektor i koordinatform	14
Felsvar, längden av fel vektor	12
Felsvar, övriga	12
Inget svar	30

I jämförelse med analyser som presenterats i tidigare rapporter⁴ framkommer att andelen elever som anger vektorns start- och/eller slutpunkt som en representation för en ritad vektor i koordinatsystem är ungefär lika stor då som i detta kursprov. Att bestämma en vektors längd är ett nytt centralt innehåll och ingen jämförelse kan därför göras med tidigare år. Dock kan det vara intressant att notera att 44 % av eleverna i det slumpmässiga urvalet ($n = 100$) använde korrekt metod för att bestämma vektorns längd. Att cirka en fjärdedel av dessa sedan inte får rätt svar beror återigen på att vektorn inte är korrekt angiven i koordinatform.

4 PRIM-gruppens resultatrapporter från kursproven matematik 1c, Rapport 2021:1 och resultat hösten 2019.

En uppgift om kalkylblad
Matematik 1c (uppgift 22c)
Uppgiftstyp: Redovisning med digitala verktyg

Uppgift 22 i delprov D bestod av tre deluppgifter och utgick från ett kalkylblad med given data. I de två första deluppgifterna skulle informationen i kalkylbladet tolkas och utifrån den skulle beräkningar genomföras. Lösningsproportionen på den första deluppgiften i PRIM-gruppens urvalssamling var 0,92 ($n = 1375$) och på den andra deluppgiften var det 0,74 ($n = 1375$).

I den tredje deluppgiften, som analysen nedan berör, skulle en formel skrivas för hur värdet i en cell kunde beräknas. Uppgiften avsåg att pröva elevers förmåga att använda kalkylprogram för beräkningar. Utmaningen bestod i att tolka informationen i cellen och använda cellbeteckningar och inte de i cellerna givna värdena.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,25 ($n = 1375$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var Lösningsproportionen 0,23 ($n = 100$).

Analysen visade att det var vanligt att eleverna angav en formel där cellernas beteckning fanns med men som inte var fullständig. Ett annat vanligt fel var att värdet i cellerna användes i formeln istället för cellernas beteckning.

Tabell 10. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 22c.

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	23
Felsvar, ej fullständig formel	32
Felsvar, använder värden	19
Felsvar, övriga	20
Inget svar	6

En uppgift om upprepad procentuell förändring och potensekvation

Matematik 1c (uppgift 26)

Uppgiftstyp: Redovisning med digitala verktyg

I uppgift 26 i delprov D skulle en genomsnittlig procentuell värdeminskningen per år bestämmas. Information gavs om att ett värde hade minskat och de enda siffervärden som gavs var det kvarvarande procentuella värdet och antalet år. Uppgiften innehöll flera utmaningar. En var att tolka den givna informationen och avgöra om förloppet var linjärt eller exponentiellt. En annan utmaning var att relatera till rätt procentuell andel och ytterligare en svårighet var att inget startvärde i kronor var givet vilket höjde uppgiftens abstraktionsnivå.

Uppgiften bedömdes med en poäng för påbörjad lösning, två poäng om den årliga förändringsfaktorn bestämdes och tre poäng för redovisad lösning med korrekt svar. För denna uppgift erhöll 8 % ($n = 1375$) av eleverna endast en poäng, 7 % ($n = 1375$) av eleverna erhöll två poäng och 33 % ($n = 1375$) av eleverna erhöll alla tre poängen. Den totala lösningsproportionen var 0,40 ($n = 1375$) och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,38 ($n = 100$).

Analysen visade att en vanlig lösningsmetod var att ställa upp en ekvation. Ett vanligt fel var då att relatera till fel andel, eleverna relaterade till den procentuella minskningen istället för den kvarvarande procentuella andelen. Ett annat vanligt fel var att hantera förändringen linjärt.

Tabell 11. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 26.

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Redovisning med korrekt svar (0/3/0)	31
Bestämmer årlig förändringsfaktor (0/2/0)	8
Påbörjad lösning (0/1/0)	5
Felsvar, relaterar till fel procentuell andel	14
Felsvar, linjär förändring	28
Felsvar, övriga	10
Inget svar	4

