

Resultat från nationella proven i matematik kurs 1a och 1b

vårterminen 2023

Karin Axelson, Anna Efremova och Jenny Ek

Rapport 2023:4

PRIM-gruppen
Institutionen för ämnesdidaktik



Innehåll

Inledning	3
Insamling.....	3
Om proven.....	4
Provens konstruktion	4
Provens sammansättning.....	4
Provens kravgränser	4
Resultat	7
Elevernas resultat.....	7
Enkätresultat med kommentarer	9
Provet som helhet	9
Centralt innehåll.....	10
Kravgränser och svårighetsnivå.....	10
Analys av skriftliga elevarbeten	12
Sammanfattning.....	18

Inledning

De nationella proven i matematik i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. Syftet med de nationella proven är enligt förordningen att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning¹. De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för de nationella proven i matematik 1a och 1b som gavs vårterminen 2023. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultaten från genomförandet av dessa prov. Jämförelser görs även med resultat från tidigare års nationella prov.

Insamling

Resultatredovisningen som rapporten grundas på kommer från olika urvalsinsamlingar till PRIM-gruppen.

Lärare har rapporterat in resultat på uppgiftsnivå för elever födda den 5:e, 10:e, 15:e, 20:e, 25:e eller 30:e i någon av årets månader i en webbinsamling. För matematik 1a omfattade denna urvalsinsamling resultat från ca 4 660 elever (ca 1 940 flickor och ca 2 720 pojkar) från olika yrkesprogram. För matematik 1b omfattade det ca 4 000 elever (ca 2 400 flickor och 1 600 pojkar) från samhällsvetenskapliga programmet, ekonomiprogrammet, estetiska programmet och humanistiska programmet. I samband med denna insamling rapporterade lärarna även in dessa elevers preliminära kursbetyg i matematik.

En webbinsamling har även gjorts av enkätsvar från lärare. För matematik 1a omfattade insamlingen svar från ca 650 lärare och för matematik 1b svar från ca 530 lärare.

Slutligen har lärare skickat in avidentifierade kopior av prov genomförda av elever födda den 5:e eller 15:e i någon av årets månader. Av dessa har ett slumpmässigt urval om 200 elevers prov gjorts som ligger till grund för analys av elevlösningar för ett antal uppgifter i proven.

Skolverket genomför enbart insamling av provbetyg på nationella prov för elevers avslutande matematikkurs i gymnasieskolan. Det innebär för matematik 1a att samtliga elevers provbetyg samlas in och för matematik 1b att provbetyget för elever från estetiska och humanistiska programmet samlas in.

De nationella proven från vårterminen 2023 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras. Nationella prov som inte längre omfattas av sekretess finns tillgängliga på PRIM-gruppens hemsida (www.su.se/primgruppen).

¹ Lärarinformation för det nationella proven i matematik kurs 1, vårterminen 2023.

Om proven

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och betygskriterierna ger ramen för de nationella provens innehåll. Proven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till betygskriterierna och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna. Uppgifterna i proven är konstruerade med fokus på både bredd och variation, för att eleverna ska ges möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på flera olika sätt. De förmågor som avses att provas i proven provas på ett urval av det centrala innehållet.

Provens konstruktion

Uppgifterna konstrueras och bearbetas av PRIM-gruppen tillsammans med yrkesverksamma lärare och forskare. Uppgifterna provas sedan ut på elever som befinner sig i slutet av kursen matematik 1. Här ges även matematiklärare möjlighet att kommentera uppgifterna. Efter utprovningen genomförs kvantitativa och kvalitativa analyser utifrån olika aspekter som till exempel hur väl uppgifterna har fungerat, om språket varit begripligt och vilka lösningsmetoder eleverna har använt. Utifrån detta formuleras och bearbetas bedömningsanvisningar med tillhörande nivåpoäng.

Samtliga uppgifter som ingår i proven har genomgått olika kvalitetsgranskningar, till exempel syngranskning, granskning utifrån diskrimineringsgrunderna och språkgranskning av Nationellt centrum för svenska som andraspråk. Utifrån ett urval av de bearbetade och granskade uppgifterna sätts proven ihop i sin helhet.

Provens sammansättning

De nationella proven för kurs 1a och 1b vårterminen 2023 omfattade tre skriftliga delprov, delprov B–D. Delprov B bestod av uppgifter som endast krävde svar och digitala verktyg var inte tillåtna. Delprov C bestod av en mer undersökande problemlösningssuppgift samt några uppgifter som krävde kortare redovisningar. Samtliga uppgifter i delprov C skulle lösas utan hjälp av digitala verktyg. Delprov D bestod av redovisningssuppgifter där miniräknare och formelblad var en förutsättning. Även digitala verktyg som grafitande och symbolhanterande var tillåtna. Till samtliga delprov fick formelbladet användas.

Provens kravgränser

Vid provens konstruktion används nivåpoäng på de olika uppgifterna. Kravgränserna för de olika provbetygen består av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna kravgränsmödel används för att kunna ställa krav på både visad bredd och djup i kunskaperna. Modellen innebär att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg men inte tillräckligt många nivåpoäng och därför erhåller ett lägre provbetyg. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg. Kravgränser för de olika provbetygen sätts enligt beprövade och vedertagna metoder. Yrkesverksamma lärare och

speciallärare deltar i kravgränssättningsgrupper och har till uppgift att analysera proven utifrån ämnesplanen samt föreslå kravnivåer för olika betygssteg för proven som helhet.

På det nationella provet i matematik 1a kunde totalt 68 poäng erhållas, fördelade på 33 E-poäng, 20 C-poäng och 15 A-poäng. I matematik 1b kunde totalt 71 poäng erhållas, fördelade på 28 E-poäng, 25 C-poäng och 18 A-poäng.

Poängen på de olika delproven summeras till ett provbetyg för provet som helhet. Tabell 1 och 2 visar kravgränserna för respektive provbetyg och matematikkurs. Figur 1 och 2 visar den procentuella fördelningen av elevernas totalpoäng efter provbetyg. I figur 1 och 2 åskådliggörs också de elever som nått kravgränsen för totalpoängen för ett visst provbetyg, men som fått ett lägre provbetyg på grund av att de inte uppnått kravgränsen när det gäller nivåpoäng. Detta syns som ”svansar” åt höger vid kravgräns för totalpoängen.

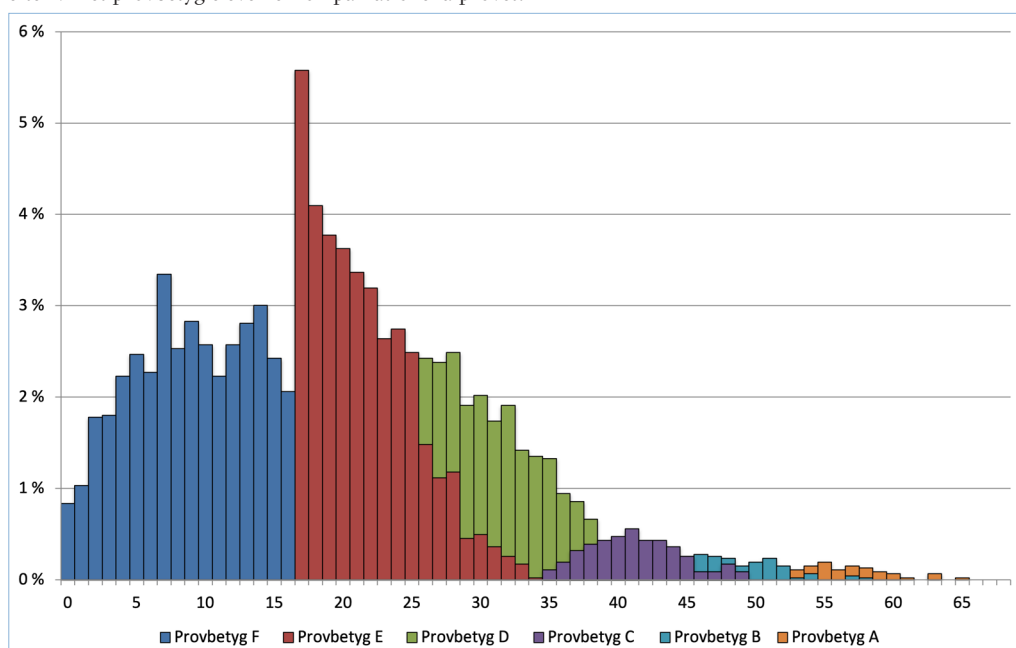
Tabell 1. Kravgränser för de olika provbetygen, matematik 1a vårterminen 2023.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 17 poäng	Minst 26 poäng	Minst 35 poäng	Minst 44 poäng	Minst 53 poäng
Nivåkrav		Varav minst 6 poäng på lägst nivå C	Varav minst 12 poäng på lägst nivå C	Varav minst 4 poäng på lägst nivå A	Varav minst 7 poäng på lägst nivå A

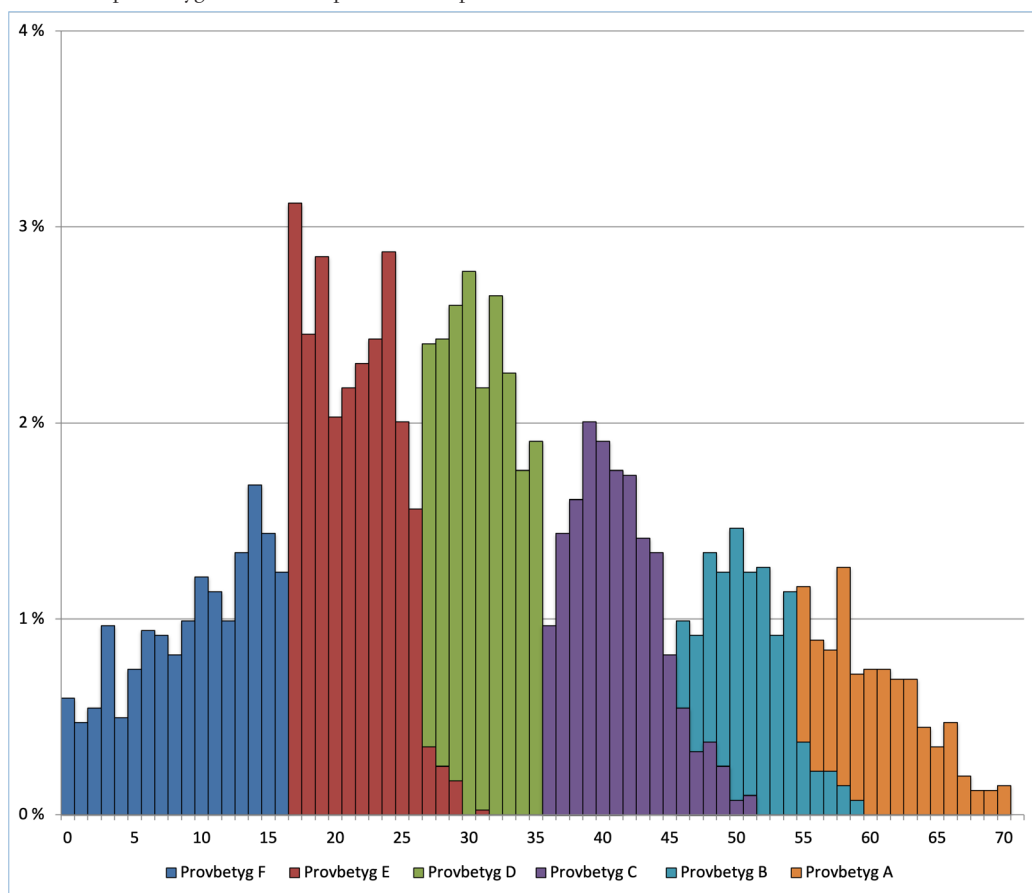
Tabell 2. Kravgränser för de olika provbetygen, matematik 1b vårterminen 2023.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 17 poäng	Minst 27 poäng	Minst 36 poäng	Minst 46 poäng	Minst 55 poäng
Nivåkrav		Varav minst 7 poäng på lägst nivå C	Varav minst 14 poäng på lägst nivå C	Varav minst 5 poäng på lägst nivå A	Varav minst 9 poäng på lägst nivå A

Figur 1. Procentuell fördelning av total poängssumma efter provbetyg för kurs 1a ($n = 4\,662$). Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhölet på nationella provet.



Figur 2. Procentuell fördelning av total poängsumma efter provbetyg för kurs 1b ($n=4\,038$). Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöll på nationella provet.



Resultat

Resultatredovisningen är uppdelad i tre delar. I den första delen presenteras elevernas provresultat i form av poäng och provbetyg samt jämförelse med preliminärt kursbetyg. I den andra delen redovisas och kommenteras resultat från enkäten som lärarna svarat på. I den sista delen finns resultat på uppgiftsnivå med analyserade elevlösningar på några utvalda uppgifter i proven.

Elevernas resultat

PRIM-gruppens urvalsinsamling visade att andelen som minst nått provbetyget E var cirka 61 % för matematik 1a. Det är en högre andel än vid det nationella proven våren 2022, då cirka 50 % nådde minst provbetyget E. Andelen som nådde minst provbetyget E våren 2023 är något mer jämförbara med resultaten för vårterminsproven 2014–2019 då andelen legat mellan 60–72 %. Fördelningen för de olika provbetygen för matematik 1a våren 2023 var cirka 37 % E, 17 % D, 4 % C, 2 % B och 1 % A. Den genomsnittliga betygspoängen² (GBP) var 7,0.

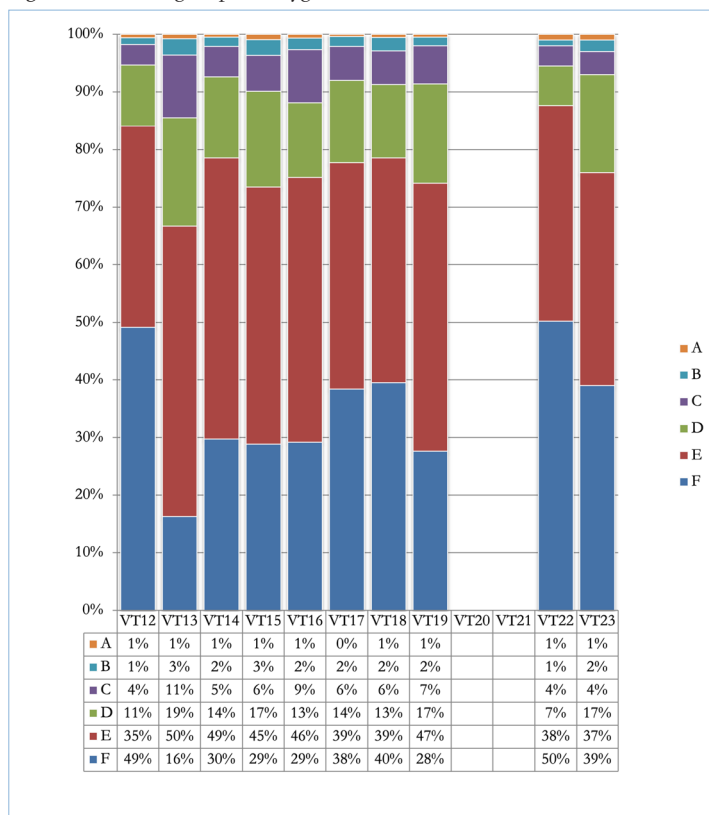
För matematik 1b var andelen som minst nått provbetyget E cirka 83 % vilket även det är en högre andel än våren 2022, då det var cirka 73 % som minst nådde provbetyget E. Resultatet 83 % är väldigt likt resultaten för vårterminsproven 2014–2018 då motsvarande resultat legat mellan 83–85 %. Fördelningen för de olika provbetygen för matematik 1b var cirka 25 % E, 22 % D, 16 % C, 11 % B och 9 % A. Den genomsnittliga betygspoängen var 11,4.

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg denne hade tänkt att sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. Den genomsnittliga betygspoängen för de kursbetyg lärarna angav i urvalsinsamlingen att de hade tänkt sätta var 8,4 för matematik 1a, vilket är högre än GBP för provbetygen. För matematik 1b var motsvarande värde 10,9 vilket istället är lägre än GBP för provbetygen.

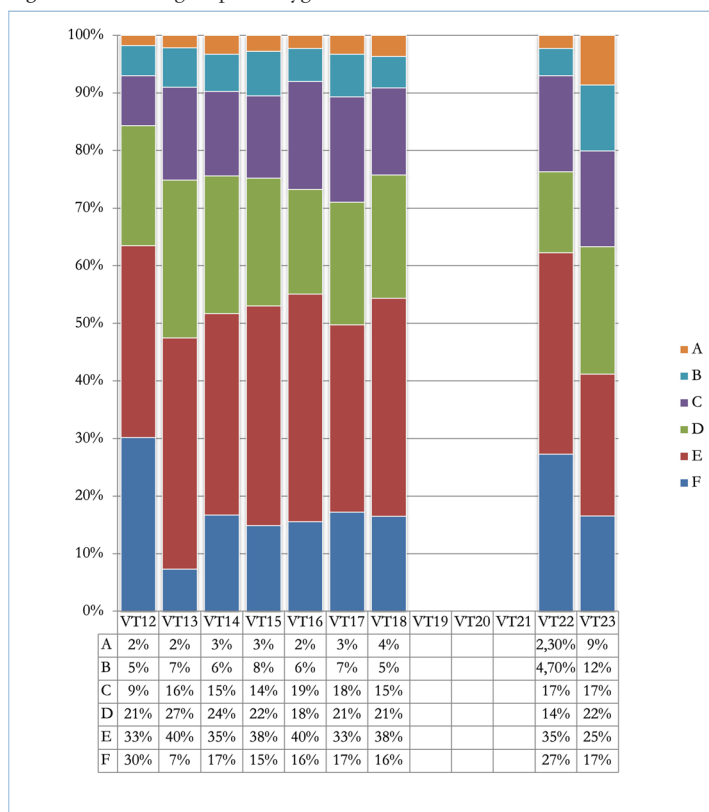
Det finns flera tänkbara orsaker till skillnaderna i genomsnittlig betygspoäng. Efter revidering av ämnesplanen från 2021 pågår fortfarande ett tolkningsarbete av förändringarna, både av undervisande lärare och personer som är inblandade i konstruktion av de nationella proven. Som vi kan se i svaren från lärarenkäterna kan dessa tolkningar skilja sig åt och det skulle kunna förklara en del av skillnaderna i genomsnittlig betygspoäng. Skillnaden i GBP för matematik 1a skulle också kunna bero på att det nationella provet för denna kurs är gemensamt för alla yrkesprogram, medan den yrkesmatematik som behandlas i undervisningen relaterar till specifikt program och därmed inte kan ingå i det nationella proven.

² Varje provbetyg ger en viss betygspoäng. Provbetyget A = 20 poäng, B = 17,5 poäng, C = 15 poäng, D = 12,5 poäng, och F = 0 poäng. För att beräkna den genomsnittliga betygspoängen i urvalsinsamlingen adderas samtliga elevers poäng och divideras med det totala antalet elever.

Figur 3. Fördelning av provbetyg för matematik 1a vt12–vt23.



Figur 4. Fördelning av provbetyg för matematik 1b vt12–vt23.



2011 infördes en ny ämnesplan som behövde tolkas och implementeras av såväl undervisande lärare som provkonstruktörer och referensgruppslärare. Andelen elever som minst nådde provbetyget E vid första nationella proven efter införandet var lägre än andelen elever som minst nådde provbetyget E vid efterföljande års prov, för att sedan landa på en mer stabil nivå. Vi ser liknande tendenser vid denna revidering, då andelen elever som nådde minst provbetyget E vid första proven som gavs var lägre än i årets prov. Svängningen i resultat verkar dock mindre än vid införandet av Lgy11.

Enkätresultat med kommentarer

Resultaten från lärarenkätena är viktiga källor för utvecklingen av de nationella proven. Både kvantitativ och kvalitativ data insamlades då lärarna besvarade frågorna i enkäten både med hjälp av givna svarsalternativ och fritext. För matematik 1a var det cirka 650 lärare som svarade på enkäten och av dessa var det cirka 200 lärare som kommenterade med fritext. För matematik 1b var det cirka 530 lärare som svarade på enkäten och även här cirka 200 lärare av dessa som skrev fritext.

De svar som lärarna lämnat i form av fritext har analyserats för att identifiera olika teman. De teman som bedöms vara särskilt intressanta och relevanta för denna rapport presenteras i denna del.

Provet som helhet

Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning³ och i lärarenkäten fick lärare ta ställning till påståendet ”Provet som helhet är ett stöd för betygssättningen.” Cirka 85 % av lärarna i matematik 1a och cirka 90 % av lärarna i matematik 1b instämmer helt eller till stor del med detta påstående, jämfört med vårterminsproven 2022 då motsvarande värden var 60 % för matematik 1a och 81 % för matematik 1b.

83 % av lärarna i matematik 1a och 87 % av lärarna i matematik 1b instämmer helt eller till stor del att provet som helhet var bra vilket är högre jämfört med vårterminsproven 2022 då det för matematik 1a var 52 % och för matematik 1b var 73 % som svarade detsamma.

Att det är en högre andel lärare i år jämfört med föregående år som är nöjda med provet som helhet och dess möjlighet att stödja betygssättningen framgår även av frisvaren. Flera lärare kommenterar att årets prov som helhet är bra. En lärare skriver att *”Ett mycket bra sammansatt prov som gav bra stöttning i betygssättningen.”* Andra lärare jämför med förra årets prov och uttrycker att det var bättre detta år, till exempel *”Mycket bättre prov i år än vt22. Då hade jag flera elever som drog hem efter C-delen, i år stannade alla.”*

3 Lärarinformation för det nationella proven i matematik kurs 1, vårterminen 2023.

Centralt innehåll

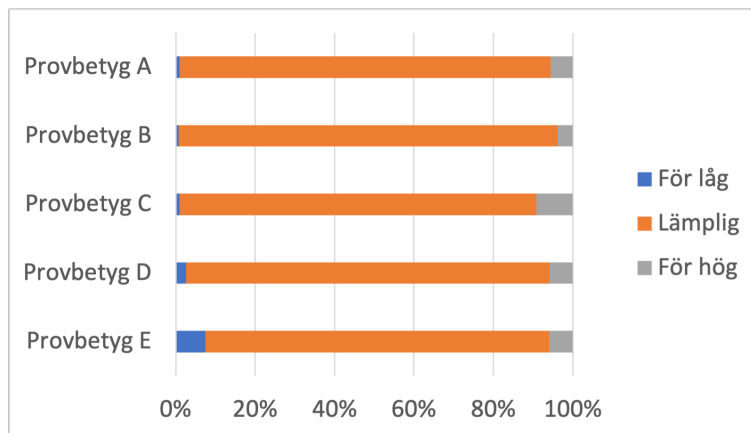
I både matematik 1a och 1b fanns enstaka kommentarer från lärare som berörde det centrala innehållet i proven. Det fanns synpunkter både om sådant innehåll som man ansåg var överrepresenterat och sådant som man ansåg var underrepresenterat. I matematik 1a var det centrala innehåll som var mest kommenterat det som riktade sig mot karaktärsämnen. Utifrån kommentarerna framgår att det finns utmaningar med att pröva detta innehåll i nationella prov. Det finns både lärare som anser att det är för mycket och de som anser att det är för lite av innehållet. Till exempel skriver en lärare *"Proven testat mest de gemensamma delarna för alla program, dvs det blir oproportionerligt stor del av uppgifterna som handlar om funktioner och algebra."* medan en annan lärare anser att *"Det är problematiskt att ta med uppgifter som behandlar det som står under rubriken 'Matematik i karaktärsämnen och yrkesliv'. Det är en omöjlighet för oss lärare att undervisa allt under denna rubrik. Min åsikt är att det stoffet därför bör undvikas om det inte finns tydligare riktlinjer för vad av det som faktiskt förväntas tas upp i kursen."* Ytterligare en lärare problematiserar karaktärsämnesinnehållet och kommenterar hur innehållet på nationella proven kan påverka undervisningen: *"Det enda som inte finns och som är svårt att få med är programinriktad matte. Det blir mindre programinriktad matte på lektionerna, p.g.a NP."*

I matematik 1b var det inte lika stor andel lärare som kommenterade balansen av det centrala innehållet. Bland de få som gjorde det ansåg några lärare att det var för lite uppgifter med räta linjens ekvation och för mycket geometri. När det gäller geometri var det framförallt uppgifter där Pythagoras sats ingick i lösningen som kommenterades. Någon kommenterade att det var ett dilemma att ha uppgifter som utgick från kalkylblad genom att skriva *"Är tveksam till uppgifter då elever för hand ska skriva in formler i en cell. Känns krystat att ha med sådana uppgifter då de inte kan testa sig fram, vilket är så man jobbar med kalkylblad."*

Kravgränser och svårighetsnivå

I lärarenkäten har lärare svarat på frågan vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. Bland lärarna i matematik 1a var det 87–95 % (olika andelar för olika provbetyg, se figur 5) som ansåg att kravgränserna var lämpliga. Det är en högre andel än för vårterminsproven 2022 då det var mellan 75 och 85 % som ansåg detsamma och en större andel lärare ansåg att kravgränserna var för höga. Bland de lärare som ansåg att det var lämpliga kravgränser var det många som jämförde svårighetsnivån detta år med svårighetsnivån förra året. En lärare skriver till exempel *"Årets prov var på en mer lagom nivå än förra årets."* En del lärare har noterat att andelen E-poäng ökat och kopplar detta till kravgränserna, till exempel anser en lärare att det var *"Bra prov jämfört med förra året. Bättre att ha högre gräns för E och fler E-poäng."* Det fanns lärare som även i år ansåg att kravgränserna var för låga, en lärare skriver till exempel *"Elever med stora kunskapsluckor i matematik når med marginal E."*

Figur 5. Fördelning av lärares uppfattning om kravgränserna för de olika provbetygen i matematik 1a (n = 650).

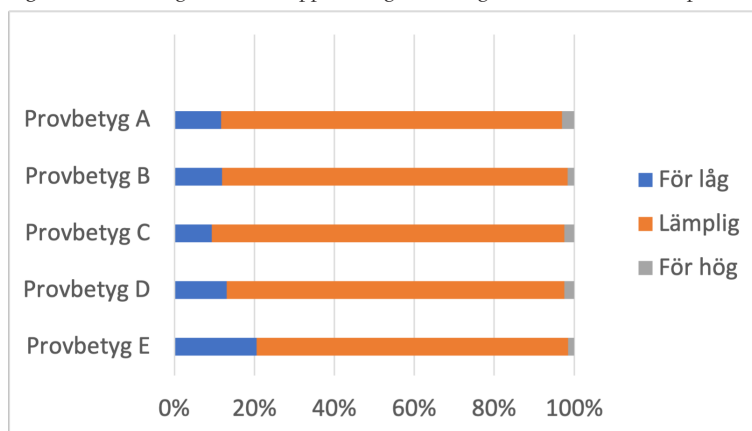


Bland lärarna i matematik 1b var det 78–88 % (se figur 6) som ansåg att kravgränserna var lämpliga, vilket är jämförbart med vårterminsprovet 2022 då motsvarande andel var 81–90 %. Föregående år var det dock en större andel lärare som ansåg att kravgränserna var för höga än för låga, medan det för årets prov var tvärtom, det vill säga en större andel lärare ansåg att kravgränserna var för låga än för höga.

De lärare som kommenterade kravgränser och svårighetsnivå var dock inte den stora majoriteten som ansåg att kravgränserna var lämpliga utan framförallt de som ansåg att kravgränserna var för låga. Som motivering till för låga kravgränser angavs bland annat att den egna bedömningen varit annorlunda, till exempel *”Jag tycker nog proven var lite lätt. Flera som jag hade bedömt ligga på F klarade proven.”* Andra lärare jämför med föregående års prov, till exempel *”Stor skillnad i svårighetsgrad jämfört med vt-22, resultaten var hos oss väldigt mycket högre trots svagare elevgrupp.”* Ytterligare andra motiverar med sin egen tolkning av ämnesplanen, till exempel skriver en lärare *”E-gränsen (och D-gränsen) är alldeles för låg. Elever som i stort sett inte kan något om funktioner eller algebra når utan problem E”* och *”Proven var alldeles för lätta. Missvisande resultat som inte speglar kurskraven.”* En fjärde grupp lärare motiverar det med vad som krävs för matematik 2b *”Jag tycker det är oroande om vi ska sänka kraven för E i Ma1b. Det kommer inte att hjälpa oss att få fler elever att klara Ma2b, snarare tvärtom.”*

Kommentarerna tyder också på att arbetet med att tolka och implementera revideringen av ämnesplanen pågår och att resultaten på de nationella proven relateras till detta. En lärare problematiserar detta genom att skriva *”Vanligtvis bekräftar NP min tidigare bedömning, men inte detta år. Jag vet inte vad jag ska tänka om elevernas betyg. De hade tur som skrev i år och de som skrev förra året hade otur? Eller har nivån ändrats drastiskt på ett år?”*

Figur 6. Fördelning av lärares uppfattning om kravgränserna för de olika provbetygen i matematik 1b ($n = 530$).



Analys av skriftliga elevarbeten

I följande avsnitt redovisas en fördjupad analys av ett urval uppgifter från de båda proven. En del uppgifter har getts i båda proven och en del uppgifter är unika för de enskilda kurserna. Efter respektive uppgiftsnummer anges de prov (matematik 1a eller matematik 1b) som uppgiften fanns i.

Analysen utgår från ett slumpmässigt urval om 200 elevlösningar. Beroende på uppgift utgår analysen från olika aspekter. I vissa uppgifter har vi fokuserat på att undersöka vilka tänkbara utmaningar elever haft i förhållande till centralt innehåll och vilka de vanligaste förekommande elevsvaren varit. För andra uppgifter har vi analyserat vilka olika typer av Lösningstrategier eleverna använt. Vi presenterar även Lösningproportioner för samtliga uppgifter, både från urvalsinsamlingen och från de 200 elevlösningarna vi analyserat.

En uppgift om faktorisering av uttryck

Uppgift 4 (matematik 1b)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 4 på delprov B var ett algebraiskt uttryck med två positiva termer som skulle faktoriseras genom att bryta ut största möjliga faktor. Båda termerna bestod av ett multiplikationsuttryck med variabler, så den största möjliga faktor som kunde brytas ut var en variabel. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,44 ($n = 4\,038$) och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,44 ($n = 200$).

I analysen framgår att relativt många elever faktorerar varje term för sig men de fortsätter inte vidare till att skriva hela uttrycket som en produkt av två faktorer. Andra elever hittar en av faktorerna men inte båda. De skriver den ena faktorn korrekt och försöker skriva uttrycket som en produkt av två faktorer med parentes. Dock anges den andra faktorn felaktigt och uttrycket som helhet stämmer därmed inte.

I provet som gavs vårterminen 2022 fanns en liknande uppgift, men där den ena termen i uttrycket bestod av en konstant. Lösningsproportionen var då 0,48. Liksom i år fanns det elever som hittade den ena faktorn men inte kunde skriva uttrycket som en produkt där ena faktorn var ett uttryck med parentes. Förra året fanns även svar som tydde på att elever uppfattade uppgiften som en ekvation. Den typen av felsvar ser vi inte i år. Vid en jämförelse verkar elever dessa två år ha löst uppgifterna i ungefär lika stor utsträckning. Dock skiljer sig vissa felsvar åt vilket verkar bero på uttryckets ingående termer.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 4.

	Andel av elevs- varen i %
Korrekt svar	44
Felsvar, faktorerar en eller båda termerna för sig själv men skriver inte uttrycket som produkt med parenteser	16
Felsvar, hittar en faktor	10
Felsvar, övriga	20
Inget svar	10

En uppgift om exponentialfunktion

Uppgift 8 (matematik 1a) respektive uppgift 6 (matematik 1b)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Denna uppgift ingick i delprov B i båda proven och avsåg att pröva kunskap om egenskaper hos exponentialfunktioner inklusive skillnader och likheter med linjära funktioner. I uppgiften presenterades ett funktionsuttryck och fyra olika grafer. Eleverna skulle avgöra vilken graf som motsvarade funktionsuttrycket. Av de fyra graferna var två linjära, en med positiv lutning och en med negativ lutning samt två exponentiella, en växande och en avtagande. Funktionsuttrycket motsvarade en avtagande exponentialfunktion. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften var 0,31 ($n = 4\,662$) för 1a och 0,36 ($n = 4\,038$) för 1b i PRIM-gruppens urvalsinsamling. I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var Lösningsproportionen 0,29 ($n = 200$) för 1a och 0,40 för 1b ($n = 200$).

Det vanligaste var att eleverna valde någon av exponentialfunktionerna, med ungefär lika stor andel för den växande som den avtagande. I matematik 1b var det 80 % av alla elever som valde någon av dessa, medan det i matematik 1a var 61 % som gjorde det. Det verkar därmed som att majoriteten av eleverna kan identifiera att det i det här sammanhanget rör sig om ett exponentiellt förlopp men har svårare att veta hur man utifrån ett funktionsuttryck avgör om det är växande eller avtagande. Det verkar även något svårare för elever i matematik 1a att skilja på linjära och exponentiella förlopp i den här kontexten.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 8 i matematik 1a och 200 elevarbeten för uppgift 6 i matematik 1b.

	Andel av elevs- varen i % (1a)	Andel av elev- swaren i % (1b)
Alt. 1 Linjär funktion med positiv lutning	22	11
Alt. 2 Växande exponentialfunktion	32	40
Alt. 3 Linjär funktion med negativ lutning	15	9
Alt. 4 Avtagande exponentialfunktion (korrekt svar 1/0/0)	29	40
Inget svar	2	1

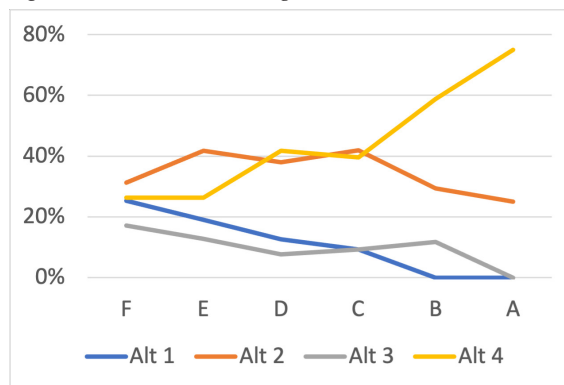
Det är också intressant att undersöka vilka svarsalternativ som var vanligast förekommande relaterat till elevers provresultat i form av provbetyg. För att göra det har samtliga elever i både matematik 1a och 1b räknats samman till en grupp och sedan har respektive elevs provbetyg jämförts med det svarsalternativ som eleverna valt.

Det som då framkommer är att bland de elever som erhöll provbetyget F väljs alla fyra alternativ i nästan lika stor utsträckning, elever med provbetygen D och C väljer någon av exponentialfunktionerna och slutligen verkar elever med provbetygen B och A i mycket högre utsträckning välja korrekt exponentialfunktion, se figur 7.

Resultaten skulle kunna tolkas som att elever som visat lägre matematisk kunskap inte i så stor utsträckning kan avgöra om ett funktionsuttryck visar ett linjärt eller exponentiellt förlopp, medan elever som visat högre matematisk kunskap kan göra den åtskillnaden.

Att ha kunskap om egenskaper hos exponentialfunktioner inklusive skillnader och likheter med linjära funktioner kan prövas på flera olika sätt. I den här uppgiften har samband mellan funktionsuttryck och graf prövats och resultaten tyder på att det är betydligt svårare för elever som visat lägre matematisk kunskap än de för de som visat högre matematisk kunskap på proven att göra det. Detta trots att det var en envalsfråga med fyra svarsalternativ som gav en E-poäng.

Figur 7. Procentuell fördelning av de olika valda svarsalternativen utifrån provbetyg.



En uppgift om räta linjens ekvation

Uppgift 20 (matematik 1b)

Uppgiftstyp: Redovisning utan digitala verktyg

I uppgiften i delprov C som bestod av två deluppgifter skulle eleverna i första deluppgiften visa att en given punkt låg på en given linje. Punkten var angiven i koordinatform och linjen på formen $y = kx + m$. Deluppgiften kunde ge en poäng.

Lösningssproportionen på den första deluppgiften var 0,51 ($n = 4\,038$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,54 ($n = 200$).

För de elever som klarade av uppgiften var den vanligaste lösningen att sätta in punktens x - respektive y -värde i linjens ekvation och konstatera att vänsterled och högerled blev lika.

Det vanligaste felsvaret kom av att eleverna hade försökt rita linjen, men eftersom punkten var vald så att detta inte skulle vara en lämplig lösningsmetod var det ingen som klarade av att lösa uppgiften på detta sätt. Det fanns även en grupp elever som skrev om uppgiften till en ekvation som de försökte lösa.

I den andra deluppgiften introducerades en ny linje och en tillhörande punkt i koordinatform. Förutsättningarna var att den nya linjen var parallell med linjen i den första deluppgiften och att den nya punkten låg på denna nya linje. Uppgiften bestod i att ange den nya linjens ekvation på formen $y = kx + m$. Deluppgiften kunde ge två poäng. Den första poängen delades ut om eleven i sin lösning angett att den nya linjen hade samma k -värde som linjen i första deluppgiften eller satt in x - respektive y -värde i den nya linjens ekvation. Den andra poängen delades ut för lösning med korrekt svar.

Lösningsproportionen på den andra deluppgiften var 0,51 ($n = 4\,038$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,37 ($n = 200$).

I de fall där en poäng erhöles var det lika vanligt att eleven angav att linjerna hade samma k -värde som att eleven hade satt in korrekt punkt i ekvationen. Samtliga dessa elevlösningar samt de elevlösningar som inte erhöles någon poäng kan efter analys delas in i fyra olika kategorier. I den första kategorin finns lösningar där koordinaterna för punkten satts in i stället för k och m i linjens ekvation. I den andra kategori finns lösningar där punkten från första deluppgiften använts tillsammans med punkten i den andra deluppgiften för att beräkna ett nytt k -värde och nytt m -värde. I den tredje kategorin finns de lösningar där elever försökt rita linjen i ett koordinatsystem. Då är det vanligast att eleven ritat en linje som skär y -axeln på värdet för y -koordinaten i punkten och skär x -axeln på värdet för x -koordinaten i punkten. I den fjärde kategorin finns de lösningar där punktens koordinater använts på ett felaktigt sätt på alla tänkbara ställen i linjens ekvation.

Tabell 5. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 20a i matematik 1b.

	Andel av elevs- varen i %
Lösning med korrekt svar (1/0/0)	54
Felsvar, ritat i koordinatsystem	12
Felsvar, gör om till ekvation	4
Felsvar, övriga	6
Inget svar	24

Tabell 6. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 20b i matematik 1b.

	Andel av elevs- varen i %
Lösning med korrekt svar (1/1/0)	31
Felsvar, sätter in koordinaterna i stället för k och m	8
Felsvar, använder punkter från de två olika linjerna	8
Felsvar, ritat i koordinatsystem	9
Felsvar, övriga	9
Inget svar	35

En uppgift om linjär funktion

Uppgift 24 (matematik 1a)

Uppgiftstyp: Redovisning med digitala verktyg

I uppgiften presenterades antal timmar och total kostnad för utfört arbete vid två olika arbetstillfällen. Eleverna skulle utifrån informationen beräkna den fasta kostnaden och timkostnaden. Uppgiften kunde ge två poäng. Den första poängen delades ut för påbörjad lösning, till exempel beräkning av den rörliga kostnaden för två timmar eller lösning av hela uppgiften genom prövning. Den andra poängen delades ut för lösning med korrekt svar.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,35 ($n = 4\,662$) och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,30 ($n = 200$).

Analysen har gjorts utifrån vilka strategier eleverna använt när de försökt lösa uppgiften och det är i huvudsak två olika strategier som framkommer, där den ena strategin är mer generell och utvecklingsbar än den andra. Intressant att notera är att det i stort sett bara är elever som använt den mer utvecklingsbara strategin som lyckas lösa uppgiften i sin helhet. Bland dessa elever kan man spåra kunskap om linjära funktioner då deras lösningar tyder på att de översätter uppgiftens kontext till en linjär funktion. De börjar med att bestämma ökningen av både kostnad och antal timmar mellan de två arbetstillfällena och utifrån det bestämma timavgiften. Därefter bestäms den fasta kostnaden.

Vid den andra strategin multiplicerar eleverna det ena arbetstillfällets antal timmar och kostnad med en faktor som resulterar i samma antal timmar som vid det andra arbetstillfället. De jämför sedan kostnaderna för båda tillfällena och drar därefter slutsatser om antingen fast kostnad eller timkostnad. Majoriteten av eleverna tar inte hänsyn till den fasta kostnadens andel i totalbeloppet och får därför fel resultat. Endast några enstaka elever tar hänsyn till den fasta kostnadens andel och löser hela uppgiften korrekt, alternativt bestämmer endast den fasta kostnaden.

Tabell 7. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 24 (matematik 1a).

	Andel av elevs- varen i % 1a
Strategi 1 – linjär funktion (2/0/0)	23
Strategi 2 - multiplicerar med faktor, tar hänsyn till fast kostnad (2/0/0)	2
Strategi 2 – multiplicerar med faktor, tar ej hänsyn till fast kostnad (0/0/0)	26
Påbörjad lösning (1/0/0)	12
Felsvar, övriga (0/0/0)	22
Inget svar	15

Sammanfattning

För det nationella proven vårterminen 2023 var andelen elever som nått minst provbetyget E för matematik 1a cirka 61 % och för matematik 1b cirka 83 %, vilket för båda kurser är en högre andel än vårterminen 2022 och mer jämförbart med resultaten åren före 2022. Att andelen elever som nått minst provbetyget E var lägre vid det första proven, för att året därpå öka, kunde även ses vid införandet av Lgy11. Denna gång verkar dock svängningen i resultat inte vara lika kraftig.

Det framgår att det bland lärare pågår ett intensivt och utmanande tolkningsarbete av ämnesplanen. Det märks framförallt på de kommentarer som lärarna skrivit som frisvar i enkäten, där till exempel provens svårighetsnivå och balans av det centrala innehållet problematiseras. Lärare verkar uppfatta att det finns en utmaning att väga resultatet på det nationella proven mot den egna bedömningen som utgår från den egna eller kollegiets tolkning av revideringen. Att lärarna i matematik 1a i genomsnitt hade tänkt att sätta ett högre kursbetyg än elevernas provresultat och lärarna i matematik 1b hade tänkte att sätta ett lägre kursbetyg än elevernas provresultat skulle också kunna vara ett tecken på det utmanande tolkningsarbetet. Angående kravgränser för de olika provbetygen var det ungefär lika stor andel lärare i år som förra året som tyckte att de var lämpliga.

I resultaten från lärarenkäten framkommer att det är en betydligt högre andel lärare i år jämfört med förra året som ansåg både att proven som helhet var bra och att det var ett stöd för betygssättningen.

