

Resultat från nationella provet i matematik årskurs 9

läsåret 2021/2022

Jenny Ek

Rapport 2022:3

PRIM-gruppen
Institutionen för ämnesdidaktik



**Stockholms
universitet**

Innehåll

Inledning	3
Insamling.....	3
Om provet	3
Provets sammansättning.....	4
Provets konstruktion	4
Provets kravgränser	4
Resultat.....	5
Provresultat med kommentarer.....	5
Enkätresultat med kommentarer	8
Resultat på uppgiftsnivå	12
Sammanfattning.....	19
Bilaga 2	20
Lösningsproportioner.....	20

Inledning

De nationella proven i matematik i årskurs 9 konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. Syftet med de nationella proven i årskurs 9 är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning¹. De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2021/2022. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultaten från genomförandet av detta prov. Jämförelser görs även med resultat från tidigare års nationella prov. Då både 2020 och 2021 års nationella prov ställdes in på grund av pandemin görs jämförelser med resultat från de nationella proven som gavs 2017–2019.

Insamling

I rapporten redovisas resultat från det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2021/2022. Resultatredovisningen grundar sig på fyra olika insamlingar. Lärare har rapporterat in resultat på uppgiftsnivå för elever födda den 15:e i någon av årets månader i en webbinsamling till PRIM-gruppen. Denna urvalsinsamling omfattade resultat för ca 2 700 elever (ca 1 300 flickor och ca 1 400 pojkar). I samband med denna insamling rapporterade lärarna också in dessa elevers preliminära slutbetyg i matematik. En webbinsamling har även gjorts av enkätsvar från ca 1 300 lärare. Slutligen har lärare skickat in avidentifierade kopior av prov genomförda av elever födda 15 mars samt 15 oktober. Av dessa har ett slumpmässigt urval om 100 respektive 200 elever gjorts som ligger till grund för analys av elevlösningar på några uppgifter i provet.

Det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2021/2022 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras. Nationella prov som inte längre omfattas av sekretess finns tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats (www.su.se/primgruppen).

Om provet

Kursplanen i matematik för årskurs 9 och dess beskrivning av matematikämnets syfte, centralt innehåll och kunskapskrav ger ramen för de nationella provens innehåll. Proven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i kursplanen beskrivna förmågorna.

¹ Lärarinformation för det nationella provet i matematik årskurs 9, läsåret 2021/2022.

Provets sammansättning

Det nationella provet i årskurs 9 läsåret 2021/2022 omfattade ett muntligt delprov, delprov A, samt tre skriftliga delprov, delprov B–D. Det muntliga delprovet bestod av både enskilda och gemensamma diskussionsuppgifter inom ett givet matematiskt innehåll och genomfördes i grupper om 3–4 elever. Delprov B bestod huvudsakligen av kortare uppgifter där det oftast endast krävdes svar. Digitala verktyg var inte tillåtna. Delprov C bestod av en mer fördjupande och undersökande problemlösningsuppgift och delprov D bestod av ett antal redovisningsuppgifter. I både delprov C och D var digitala verktyg och formelblad tillåtna. Detta läsår var tidsåtgången för delprov B och C ändrad så att det gavs 50 minuter för respektive delprov med en rast på 10 min mellan de båda delproven. I tidigare års prov har tidsåtgången varit totalt 80 minuter för delprov B och C tillsammans och eleverna har själva fått disponera tiden mellan delproven.

Provets konstruktion

Uppgifterna konstrueras och bearbetas av PRIM-gruppen tillsammans med yrkesverksamma lärare och prövas sedan ut på elever i årskurs 9 vid minst två tillfällen. Efter utprovningarna genomförs kvantitativa och kvalitativa analyser utifrån olika aspekter som exempelvis hur väl uppgifterna har fungerat, om språket varit begripligt och vilka olika lösningsmetoder eleverna använt. Därefter formuleras och bearbetas bedömningsanvisningar med tillhörande nivåpoäng. Samtliga uppgifter som använts i provet har genomgått olika kvalitetsgranskningar, till exempel syngranskning, granskning utifrån diskrimineringsgrunderna och språkgranskning av Nationellt centrum för svenska som andraspråk. Utifrån ett urval av de bearbetade och granskade uppgifterna sätts provet ihop i sin helhet.

Vid provens konstruktion används nivåpoäng. Ett mål är att fördelningen av nivåpoäng i provet motsvarar fördelningen av nivåpoäng i tidigare prov. På så sätt fås en lämplig fördelning av kvalitativa nivåer samt stabilitet över tid. Provets sammansättning granskas, diskuteras och bearbetas tillsammans med en referensgrupp bestående av yrkesverksamma lärare.

Provets kravgränser

Kravgränser för de olika provbetygen sätts enligt beprövade och vedertagna metoder. Yrkesverksamma lärare och speciallärare deltar i kravgränssättningsgrupper och har till uppgift att utifrån analys av kursplanen genomföra kvalitativa och kvantitativa analyser av provet samt föreslå kravnivåer för olika betygssteg för provet som helhet.

Kravgränserna för de olika provbetygen består av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav uttryckt i kvalitetspoäng. Denna typ av kravgräns används för att kunna ställa krav på både visad bredd och djup i kunskaperna.

Denna kravgränsmodell innebär att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg men inte tillräckligt många nivåpoäng och därför erhåller ett lägre provbetyg. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg.

Resultat

Resultatredovisningen är uppdelad i tre delar. I den första delen presenteras elevernas provresultat i form av poäng och provbetyg. I den andra delen redovisas och kommenteras resultat från enkäten som lärarna svarat på. I den sista delen finns resultat på uppgiftsnivå med analyserade elevlösningar på några utvalda uppgifter i provet.

Provresultat med kommentarer

Här presenteras provresultat från PRIM-gruppens webbinsamling på uppgiftsnivå för elever födda den 15:e i någon av årets månader samt insamlingen av inrapporterade preliminära slutbetyg i matematik.

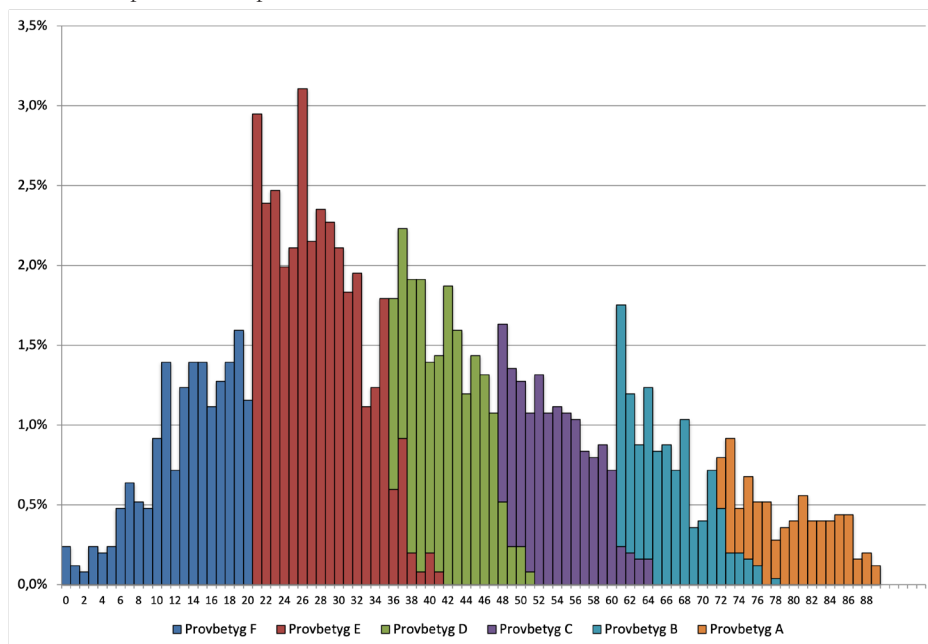
Kravgränser och provbetyg

På det nationella provet läsåret 2021/2022 kunde totalt 89 poäng erhållas, fördelade på 36 E-poäng, 33 C-poäng och 20 A-poäng. Poängen på de olika delproven summeras till ett provbetyg för provet som helhet. Tabell 1 visar kravgränserna för respektive provbetyg och figur 1 visar den procentuella fördelningen av elevernas totalpoäng efter provbetyg. I figur 1 åskådliggörs också de elever som nått kravgränsen för totalpoängen för ett visst provbetyg, men som fått ett lägre provbetyg på grund av att de inte uppnått kravgränsen när det gäller nivåpoäng. Detta syns som ”svansar” åt höger vid kravgräns för totalpoängen.

Tabell 1. Kravgränser för respektive provbetyg i det nationella provet i matematik åk 9 läsåret 2021/2022.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 21 poäng	Minst 36 poäng	Minst 48 poäng	Minst 61 poäng	Minst 72 poäng
Nivåkrav		Varav minst 10 poäng på lägst nivå C	Varav minst 18 poäng på lägst nivå C	Varav minst 6 poäng på lägst nivå A	Varav minst 12 poäng på lägst nivå A

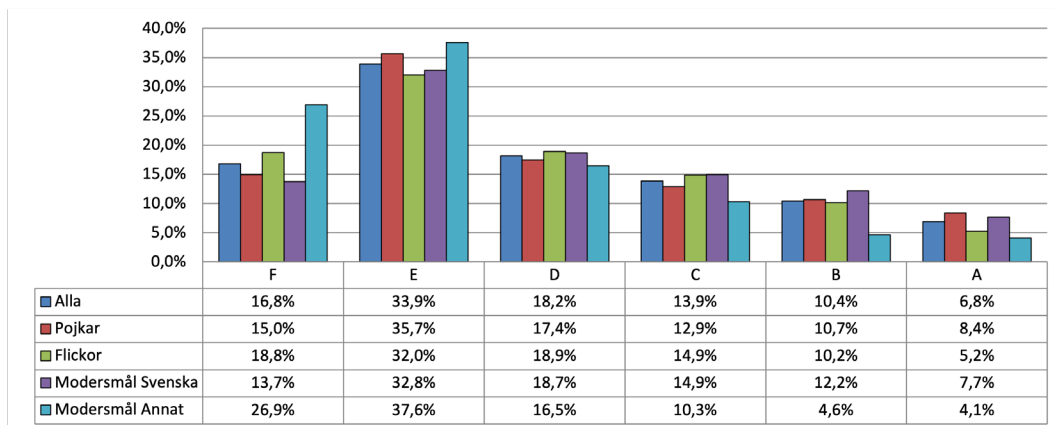
Figur 1. Procentuell fördelning av totalpoäng efter provbetyg. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöll på nationella provet.



PRIM-gruppens urvalsinsamling visade att andelen elever som nått minst provbetyget E var cirka 83 %. (85 % av pojkarna, 81 % av flickorna), vilket är ungefär samma andel som år 2019. Det vanligaste provbetyget var E, som drygt en tredjedel av eleverna har. Fördelningen på de andra provbetygen var 18 % D, 14 % C, 10 % B och 7 % A.

Elever med svenska som modersmål nådde minst provbetyget E i större utsträckning än elever med annat modersmål än svenska. Dock är skillnaden betydligt mindre än vid 2019 års prov, då det var ca 33 % av eleverna med annat modersmål än svenska som fick provbetyget F och ca 13 % av eleverna med svenska som modersmål som fick provbetyget F.

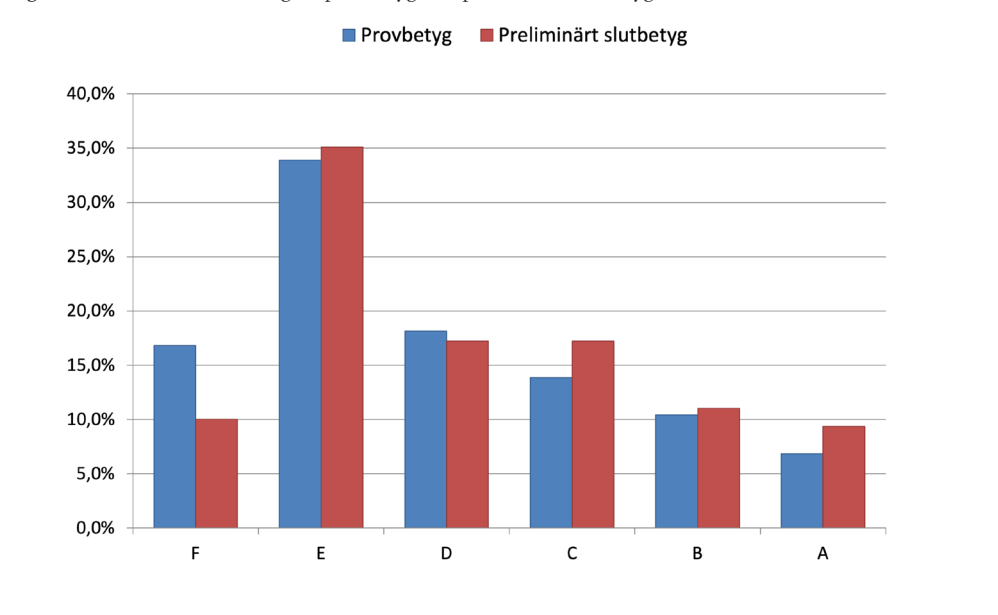
Figur 2. Fördelning av provbetyg för alla elever, för flickor och pojkar, för elever med svenska som modersmål samt för elever med annat modersmål.



Provbetyg jämfört med slutbetyg

När resultatet för respektive elev rapporteras in till PRIM-gruppens urvalsinsamling anger läraren vilket preliminärt slutbetyg denne hade tänkt att sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. Drygt 50 % av eleverna har samma preliminära slutbetyg som provbetyg och ungefär 40 % har ett högre slutbetyg än provbetyg. Skillnaden mellan provbetyg och preliminärt slutbetyg är som störst för betyget F med ca 7 procentenheter. För övriga provbetyg är skillnaden inte lika stor.

Figur 3. Procentuell fördelning av provbetyg och preliminärt slutbetyg.



Genomsnittlig betygspoäng

Den genomsnittliga betygspoängen (GBP) på årets nationella prov var 10,9p². I jämförelse med de tre senaste rapporterade resultaten ligger GBP för läsåret 2021/2022 på liknande nivå. Den genomsnittliga betygspoängen för de slutbetyg lärarna angav att de hade tänkt sätta var 12,1 vilket är något högre än GBP för provbetygen. Vid en jämförelse med tidigare års nationella prov är skillnaden i GBP mellan provbetyg och preliminärt slutbetyg ungefär lika stor.

Tabell 2. Genomsnittlig betygspoäng för det nationella provet i matematik åk 9 under åren 2017–2022. År 2020 och 2021 har utelämnats då det nationella provet ställdes in på grund av pandemin.

	2017		2018		2019		2022	
	Prov	Prel. slutbetyg	Prov	Prel. slutbetyg	Prov	Prel. slutbetyg	Prov	Prel. slutbetyg
Alla	10,8	12,0	10,9	12,3	10,7	12,0	10,9	12,1
Pojkar	11,0	11,8	11,0	12,2	10,5	11,7	11,2	12,1
Flickor	10,7	12,3	10,9	12,5	10,9	12,2	10,6	12,0
Modersmål Svenska	11,5	12,8	11,6	13,0	11,4	12,7	11,5	12,6
Modersmål Annat	8,9	10,0	9,3	10,7	8,2	9,7	9,0	10,3

2 Varje provbetyg ger en viss betygspoäng. Provbetyget A = 20 poäng, B = 17,5 poäng, C = 15 poäng, D = 12,5 poäng, E = 10 poäng och F = 0 poäng. För att beräkna den genomsnittliga betygspoängen i urvalsinsamlingen adderas samtliga elevers poäng och divideras med det totala antalet elever.

Enkätresultat med kommentarer

Det är viktigt för den fortsatta utvecklingen och konstruktionen av de nationella proven att ta reda på lärarnas synpunkter på såväl genomförandet som på innehållet i provet och tillhörande material. För att ta reda på lärares åsikter tillhandahölls en enkät med ett antal frågor som berörde det nationella provet i matematik ur olika aspekter. Både kvantitativ och kvalitativ data insamlades då lärarna besvarade frågorna både med hjälp av givna svarsalternativ och fritext.

De svar som lärarna lämnat i form av fritext har analyserats för att identifiera olika teman. Det är framförallt repetitioner och likheter bland svaren som bidragit till att finna relevanta teman. Vissa teman som framkommer är tydligt kopplade till enkätfrågorna som exempelvis provets svårighetsgrad, tidsaspekter, kravgränser och den egna bedömningen jämfört med elevers provresultat. Andra teman handlar om sådant som inte efterfrågats i enkäten, exempelvis språkets inverkan, centralt innehåll, affektiva aspekter hos elever, jämförelser med tidigare nationella prov och pandemins påverkan. De kategorier som bedöms vara särskilt intressanta och relevanta för denna rapport presenteras i denna del.

Stöd för betygssättning

Syftet med det nationella provet är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning³ och i lärarenkäten fick lärare ta ställning till påståendet ”Provet som helhet är ett stöd för betygssättningen”. Cirka 90 % av lärarna instämmer helt eller till stor del med detta påstående.

Provet som helhet

De flesta lärarna (88 %) instämmer helt eller till stor del att provet som helhet var bra vilket är högre jämfört med både 2018 och 2019 års prov då det var 78 % som svarade detsamma.

Ett tema som framkommer bland lärarkommentarerna i relation till denna enkätfråga handlar om språkets inverkan på elevers provresultat. Lärare uttrycker på olika sätt att språket och texten i matematikuppgifterna påverkar vissa elevers förmåga att lösa matematikuppgifterna, till exempel *”Svårt prov för de som har svenska som andraspråk och de som har läs- och skrivsvårigheter”* eller *”Det var för mycket text i provet. Elever som har problem med läsningen får inte chansen att visa sina kunskaper i matematik”*. Det finns dock några kommentarer som tyder på att det även finns andra uppfattningar om språkets roll i matematiken, som till exempel *”Det är mycket läsförståelse i del D. Ser man det som en naturlig del i matematiken att man också ska kunna läsa och tolka text så är det förstås inte en för svår nivå, utan snarare för dåligt tränade elever”*.

Ett annat tema handlar om centralt innehåll. En del lärare skriver om centralt innehåll man uppfattat att det varit för lite av, till exempel *”Vi upplevde att det var få uppgifter på statistik”*, någon annan tycker att det var *”För lite procentuppgifter”* och ytterligare någon anser att det var *”Väldigt lite plangeometri och rymdgeometri”*. Andra

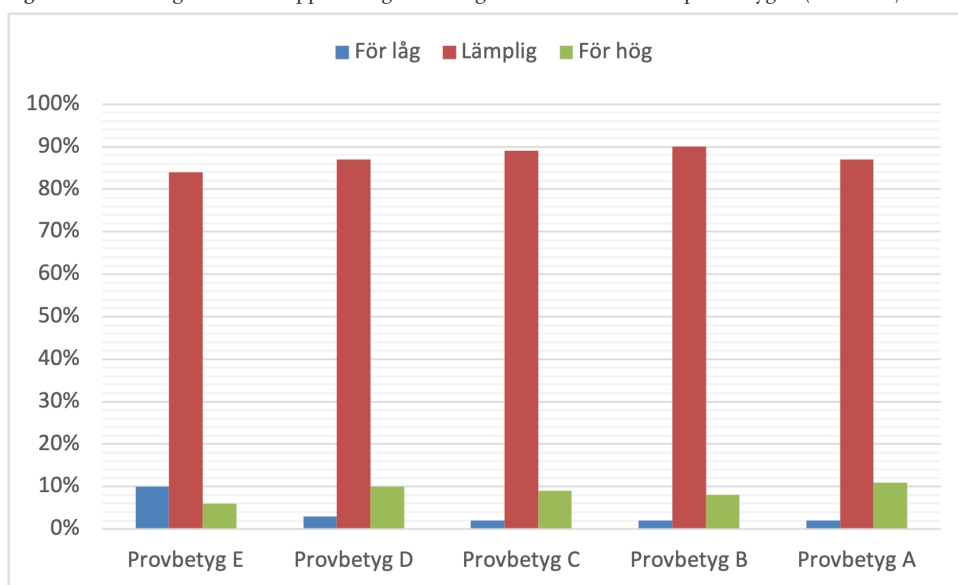
³ Lärarinformation för det nationella provet i matematik årskurs 9, läsår 2021/2022.

lärare nämner centralt innehåll som man tycker var överrepresenterat i provet och tycker att det var *”för mycket algebrauppgifter”*. Flera lärare uttrycker att det var mycket fokus på beräkningar med tal i bråkform, till exempel *”För mycket slagsida på enkla bråk”*. Det kan bero på att den mer fördjupande och undersökande uppgiften i del C handlade om tal i bråkform. Det finns också de som tycker att provet var väl balanserat i relation till centralt innehåll genom att anse att *”Provet innehöll en bra bredd av det centrala innehållet”*.

Kravgränser

I lärarenkäten som hör till provet har lärare svarat på frågan vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. En stor andel (84–90 %, olika andelar för olika provbetyg) av lärarna anser att kravgränserna var lämpliga, vilket är en högre andel än de tre senaste givna nationella proven. Det är endast 6 % av lärarna som anser att kravgränsen för provbetyget E är för hög, vilket är en lägre andel jämfört med tidigare år. När det gäller kravgränsen för provbetyget E för årets nationella prov så är det en större andel lärare som anser att den är för låg än för hög.

Figur 4. Fördelning av lärares uppfattning om kravgränserna för de olika provbetygen (n = 1338).



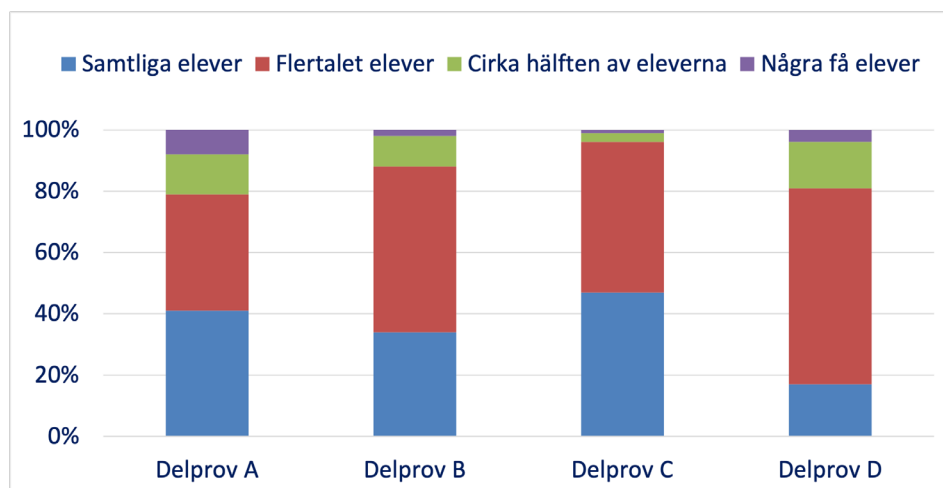
Bland de lärare som anser att kravgränserna är lämpliga motiveras det ofta genom att provresultatet stämmer överens med den bedömning som läraren gjort själv, till exempel *”...detta år har i alla fall de flesta av mina elevers resultat speglat den kunskap de visat för mig...”* och några lärare jämför med höstterminsbetyget genom att skriva *”Eftersom NP-betyget ligger väldigt lika med de betyg jag satte i julas så anser jag att de är lämpliga”*.

Det provbetyg som störst andel lärare anser vara för hög är provbetyget A (11 %). Det motiveras genom kommentarer som till exempel *”Anledningen till att jag tycker att kravgränsen för A är för hög är att uppgifterna på A-nivå var väldigt svåra”* och *”Många elever fick tillräckliga poäng för betyget A men fick B eftersom de inte hade tillräckliga A-poäng”*.

Provtid

Vad gäller provtiden för de olika delproven så anser majoriteten av lärarna (79–96 %, olika andelar för olika delprov) att tiden var tillräcklig för samtliga eller flertalet elever. Det är en betydande ökning av andelen från både 2018 och 2019 års prov då motsvarande andel var 58–82 % respektive 57–83 %.

Figur 5. Fördelning av lärares uppfattning om tiden var tillräcklig för respektive delprov (n = 1338).



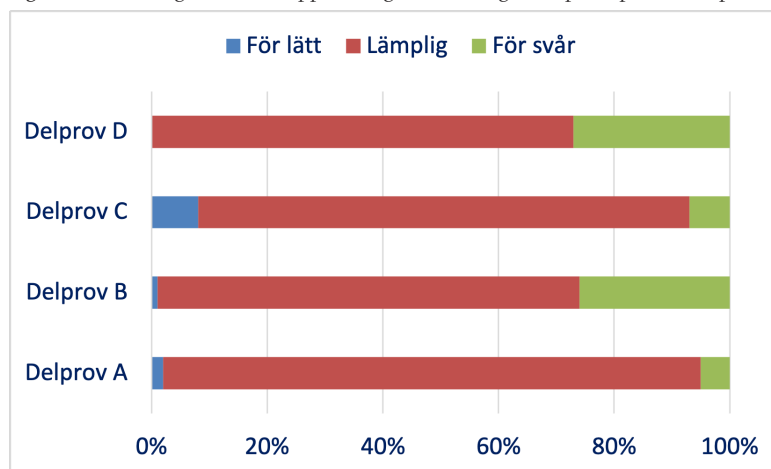
Bland de lärare som anser att provtiden var tillräcklig för samtliga eller flertalet elever tycker man till exempel att *"Provtiden var bra anpassad till provfrågorna"* och att *"De elever som upplevde tidsbrist saknar tillräckliga kunskaper för att kunna lösa uppgifter på högre nivå"*. Några menar också att *"Vi har som vana att ge mycket mer tid än vad som är rimligt egentligen och det bidrar till att när det väl kommer till NP så fallerar många elever på just tidsaspekten. Det är således inte de nationella provens fel. Tiden ni sätter ut är utmärkt och bra"* och *"Tiden var inget problem förutom för de extremt långsamma"*.

Överlag ansågs delprov A och D vara lite svårare att hinna med för eleverna jämfört med delprov B och C. När det gäller delprov A är det en stor andel lärare som anser att det skulle behövas mellan 45–60 minuter. Vissa lärare tycker att *"Det var svårt för alla i gruppen komma till tals och att hinna igenom all frågor på delprov A"* medan andra skriver att *"I delprov A gjorde de inte alla uppgifter utan enbart de som vi behövde för bedömning (så som det stod i bedömningsanvisningarna)"*.

Svårighetsgrad

Lärarna fick besvara frågan "Vad anser du om svårighetsgraden för respektive delprov?". En stor andel (73–93 %, olika andelar för olika delprov) av lärarna anser att de olika delproven hade en lämplig svårighetsgrad. Det är en högre andel än både år 2018 och 2019 men jämförbart med till exempel år 2015 och 2017. Delprov B och D ansågs vara något svårare än övriga delprov då 27 % av lärarna tyckte att svårighetsgraden för dessa delprov var för svår.

Figur 6. Fördelning av lärares uppfattningar om svårigheten på respektive delprov (n = 1338).



Bland de lärare som uttrycker åsikter om svårighetsgraden för provet som helhet finns kommentarer som handlar om att svårighetsgraden är lämplig, till exempel anser en lärare att det var ett *"Väldigt välbalanserat prov!"* och någon annan skriver att *"...ibland tycker jag vissa uppgifter är väldigt enkla att få poäng på och en del uppgifter svårare att plocka poäng på men överlag tror jag att det är lämpligt"*.

De frisvar som berör de enskilda delproven handlar mer om vilka svårigheter lärarna upplever finns. Många kommentarer berör svårighetsnivån i delprov B och D. Som tidigare diskuterats anser lärarna att språket och texten påverkar svårighetsgraden. Andra åsikter är kopplade till de olika poängnivåerna på uppgifterna, där man anser att just uppgifterna på E-nivå var för svåra. En lärare skriver till exempel om delprov B att *"Några E-uppgifter anser jag är på för hög nivå"* och någon annan menar att *"E-uppgifterna är ofta onödigt luriga och/eller innehåller flera steg"*. Det var också flera lärare som på olika sätt uttryckte att framförallt de första uppgifterna i delprov B och D var för svåra, *"Såväl B- som D-delen kunde börjat med några enklare frågor för att osäkra elever ska känna att de kommer igång"*.

Andra lärare anser att svårighetsnivån är för svår i relation till elevers kunskaper i matematik, att uppgifterna framförallt var svåra för elever som har kunskaper motsvarande betyget E eller lägre, exempelvis *"Alldeles för svårt för många E-elever"* och *"Delprov B var svårt för de som har svårt med matematik. De elever som har svårt för huvudräkning och blir det då stor vikt på taluppfattning så klarar de inte provet"*.

Lärare jämför svårighetsnivån på årets prov med de prov som inte omfattas av sekretess. Åsikten är då att de frisläppta proven är lättare än årets prov och lärare uttrycker det i form av kommentarer som *"Nivån var mycket högre i år än tidigare, och stämmer mycket dåligt med nivån på de frisläppta proven vilket försvårar förberedelsen inför proven, samt att eleverna förväntar sig en helt annan nivå"*.

Resultat på uppgiftsnivå

I bilaga 1 finns en tabell som visar den viktade lösningsproportionen för varje uppgift i provet. Viktningen innebär att även vid flerpoängsuppgifter tas hänsyn till hur många poäng elevernas lösningar erhöll på varje uppgift. De uppgifter som har den högsta lösningsproportionen utmärks oftast av att det är endast en förmåga som ska tillämpas på ett kunskapsområde och att lösningarna bara kräver ett steg och ibland två steg för att komma fram till ett svar.

Analys av skriftliga elevarbeten

I följande avsnitt redovisas en fördjupad analys av ett urval uppgifter från det nationella provet i matematik för årskurs 9 läsåret 2021/2022.

Analysen utgår från ett slumpmässigt urval av elevlösningar från de inskickade oidentifierade nationella prov som genomförts av elever födda 15 mars eller 15 oktober. I analysen av elevlösningar är fokus att undersöka vilka tänkbara utmaningar elever haft i förhållande till centralt innehåll och förmågor samt presentera lösningsproportioner och de vanligaste förekommande elevsvaren.

I en del uppgifter krävdes ingen redovisning av lösningen men genom analys av de olika angivna svaren är det möjligt att resonera om hur elever kan ha löst uppgiften och vilka troliga fel som kan ha gjorts.

Delprov B, uppgift 1a

Matematiskt innehåll: Multiplikation med tal i decimalform

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Uppgift 1a bestod av två tal mellan 0 och 1 som skulle multipliceras med varandra. Båda faktorerna hade en decimal. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,52 ($n = 2511$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var lösningsproportionen 0,50 ($n = 200$).

Det var endast två elever i det slumpmässiga urvalet som helt hoppade över uppgiften vilket kan tyda på att nästan alla elever upplever att de kan ta sig an den. Det vanligaste förekommande felet var att svaret angavs med en faktor tio fel. Det verkar således som att dessa elever multiplicerar gällande siffror korrekt men är osäkra på hur de ska avgöra produktens storlek som därmed blir tio gånger större eller en tiondel så stor som det korrekta svaret.

Det var också möjligt att urskilja en kategori av felsvar som verkar bero på att elever använt fel räknesätt. Det vanligaste verkar då vara att man adderat de ingående talen, men även svar som tyder på att elever använt såväl subtraktion som division förekom.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 1a.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Korrekt svar	50
Felsvar, angivet svar är en faktor 10 fel	40
Felsvar, fel räknesätt	5
Felsvar, övriga	4
Inget svar angivet	1

Delprov B, uppgift 1b

Matematiskt innehåll: Division med tal i decimalform

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

I uppgift 1b skulle en division genomföras. Täljaren var i talområdet 100–1000 och nämnaren var ett decimaltal mellan 0 och 1 med en decimal. Uppgiften kunde ge en poäng och det var endast svaret som bedömdes. Lösningssproportionen på uppgiften i PRIM-gruppens urvalsinsamling var 0,35 ($n = 2511$). I det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var lösningssproportionen 0,32 ($n = 200$).

Det vanligaste förekommande felet var att svaret angavs med en faktor tio eller hundra fel, vilket påminner om det vanligaste felsvaret i uppgift 1a. Det tyder på att det är en utmaning för många elever att avgöra svarets storlek och därmed hantera antalet decimaler korrekt i svaret både vid multiplikation och division med tal i decimalform. McIntosh⁴ skriver att en viktig strategi för att kunna bestämma decimaltecknets plats vid multiplikation och division med tal i decimalform är just att kunna uppskatta resultatets storleksordning. För att kunna göra detta behöver elever utveckla sin känsla för tal och lära sig sätt att resonera kring vad den aktuella multiplikationen eller divisionen innebär.

Ett annat förekommande felsvar verkar bero på felaktig hantering av nämnaren. Nämnaren var ett tal mellan 0 och 1 skrivet i decimalform (här skrivet som $\frac{a}{10}$). Ett antal elever har angett ett svar som innebär en division med $\frac{1}{a}$ istället för $\frac{a}{10}$. Några elever har fått ett svar som uppkommer om man genomför multiplikation istället för division. Det kan innebära att eleverna antingen valt fel räknesätt eller en gjort en kombination av de två tidigare beskrivna felen, dvs att de har dividerat med $\frac{1}{a}$ och samtidigt hamnat en faktor tio fel.

Bland övriga felsvar återfinns till exempel en grupp svar som skulle kunna tyda på att eleverna har utgått från fel multiplikationstabell. Det finns också elever som använt fel räknesätt och någon annan verkar ha gjort en uppställning men hanterat minnessiffran felaktigt. Några enskilda elever verkar ha multiplicerat med $1 - \frac{1}{a}$ eller $1 + \frac{a}{10}$.

De kritiska aspekter som sammantaget är möjligt att urskilja är i huvudsak

- att ha en uppfattning om kvotens storlek så att antalet decimaler blir korrekt,
- att skilja på $\frac{a}{10}$ och $\frac{1}{a}$,
- att välja rätt räknesätt och genomföra beräkningen,
- att behärska multiplikationstabellerna.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 1b.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Korrekt svar	32
Felsvar, angivet svar är en faktor 10 eller 100 fel	31
Felsvar, division med $1/a$ istället för $a/10$	9
Felsvar, övriga	17
Inget svar angivet	11

⁴ McIntosh, A. (2008) Förstå och använd tal – en handbok. Göteborgs Universitet NCM

Delprov B, uppgift 8

Matematiskt innehåll: Ange en formel för ett samband.

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

I uppgift 8 presenterades en värdetabell med ett antal par av värden för variablerna x och y där ett värde för y var utelämnat. Uppgiften bestod av två deluppgifter som gav en poäng vardera och det var endast svaret som bedömdes i båda deluppgifterna.

I den första deluppgiften skulle det utelämnade värdet för y anges. För denna deluppgift var lösningsproportionen i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,83 ($n = 2511$). I det slumpmässiga urvalet var lösningsproportionen 0,85 ($n = 200$).

I den andra deluppgiften, som analysen nedan berör, skulle en formel för sambandet mellan x och y anges. Värdetabellen visade ett linjärt samband. En utmaning med uppgiften var att de givna x -värdena inte var på varandra följande tal utan givna med ett visst intervall. Dock fanns punkten $(0, y)$ med i tabellen vilket underlättade möjligheten att bestämma m -värdet.

För denna deluppgift var lösningsproportionen i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,25 ($n = 2511$). I det slumpmässiga urvalet var lösningsproportionen också 0,25 ($n = 200$).

Analysen av svaren till denna uppgift kan grupperas i tre olika kategorier, där elever har gjort rätt eller fel inom en eller flera kategorier. Kategorierna som kunde urskiljas var att bestämma k -värdet, bestämma m -värdet samt ange formeln för sambandet på formen $y = kx + m$. Dock var det på svarsraden redan angivet $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så det räckte att eleverna angav uttrycket $kx + m$. Figur 1 visar de olika kombinationer av rätt och fel eleverna gjort i de olika kategorierna och hur stor andel av eleverna som gjort vilken kombination. Det fanns ett felsvar kopplat till bestämning av k -värde som var extra intressant. Felsvaret uppstår om k -värdet beräknas utifrån att x -värdena i tabellen är på varandra följande tal. I figur 7 benämns detta som "Uppfattad ökning".

Figur 7. Fördelningen av angivna svar, utifrån olika kombinationer av rätt och fel i de olika kategorierna. De 15 % som ej angett svar är utelämnade.

<i>k</i> -värde	Korrekt				Uppfattad ökning				Felaktigt			
	↙ ↘				↙ ↘				↙ ↘			
<i>m</i> -värde	Korrekt		Felaktigt		Korrekt		Felaktigt		Korrekt		Felaktigt	
	↙ ↘		↙ ↘		↙ ↘		↙ ↘		↙ ↘		↙ ↘	
Korrekt form	Korrekt	Felaktigt	Korrekt	Felaktigt	Korrekt	Felaktigt	Korrekt	Felaktigt	Korrekt	Felaktigt	Korrekt	Felaktigt
Kombination: Andel:	A 25 %	B 0 %	C 6 %	D 5 %	E 2 %	F 1 %	G 4 %	H 23 %	I 2 %	J 1 %	K 9 %	L 7 %

Om man utgår från de elever som angett ett svar på uppgiften så innehåller 77 % av svaren ett värde angivet som antingen är det korrekta k -värdet eller den uppfattade ökningen. I ungefär hälften av dessa fall är korrekt k -värde angivet på ett korrekt sätt. Dessutom har nästan hälften av de elever som har angett felaktigt k -värde istället angett ett värde som motsvarar det intervall med vilket x -värdena är angivna. Detta kan tyda på att elever vet att det är centralt att hitta en ökning, men att de inte alltid är säkra på vilken ökning som avses eller hur den ska uttryckas. Det är också möjligt att elever inte är vana vid att möta x -värden som är angivna med ett visst intervall, så de utgår från ökningen mellan y -värdena utan att undersöka med vilket intervall x -värdena är angivna. I den här uppgiften var värden presenterade i tabellform, men man skulle kunna tänka sig att det är en utmaning oavsett representationsform.

Tabell 6. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 8b.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Korrekt svar (kategori A)	25
Felsvar, 2 av 3 kategorier korrekt (kategori B, C, E, I)	10
Felsvar, 1 av 3 kategorier korrekt (kategori D, F, G, J, K)	20
Felsvar, 0 av 3 kategorier korrekt men angett uppfattad ökning (kategori H)	23
Felsvar, övriga (kategori L)	7
Inget svar angivet	15

Delprov D, uppgift 25

Matematiskt innehåll: Problemlösning

Uppgiftstyp: Redovisningsuppgift med digitala verktyg

Uppgift 25 var en kontextuell uppgift av undersökande karaktär. Utifrån given information skulle förhållandet mellan tre variabler identifieras och uttryckas. Inom ett givet numeriskt intervall skulle sedan möjliga värden till en av de tre variablerna bestämmas. Uppgiften bedömdes med en poäng för visat förhållande mellan de tre variablerna, två poäng om minst två möjliga värden bestämts med någon underbyggnad och tre poäng för väl underbyggd lösning med korrekt svar.

I PRIM-gruppens urvalsinsamling erhöll 31 % ($n = 2511$) av eleverna en poäng, 20 % ($n = 2511$) erhöll två poäng och 13 % ($n = 2511$) erhöll alla tre poäng. Den viktade lösningsproportionen var 0,38 ($n = 2511$) och i det slumpmässiga urvalet var den 0,42 ($n = 100$).

Den största andelen (23 %) elever som har visat förhållande mellan de tre variablerna har gjort det genom ett exempel som stämmer med förutsättningarna. En mindre andel (4 %) har gjort det genom att skriva ett algebraiskt uttryck eller genom att rita cirkeldiagram. 12 % av eleverna har angett algebraiska uttryck som innehåller flera variabler och visar därmed inte förhållandet mellan samtliga tre variabler utan bara förhållandet mellan två variabler i taget.

Av de som funnit samtliga möjliga värden är det bara i hälften av fallen som lösningen är väl underbyggd. Det tyder på att det är en utmaning för eleverna att kommunicera hur de undersökt och på vilka grunder slutsatsen stämmer.

10 % av eleverna har hittat alla korrekta värden men har även angett ett värde som ligger utanför gränsvärdet. Det verkar bero på en felaktig tolkning av den beräkning som gjorts för den nedre gränsen. Då svaret av denna beräkning blir ett tal i decimalform men kontexten kräver ett heltal, behöver eleven tolka svaret utifrån kontexten och inte avrunda enligt matematiska regler.

En aspekt som är värd att fundera över är hur elever uppfattar uppmaningen ”Undersök vilka svar som är möjliga.” Då 23 % av eleverna endast anger ett möjligt svar kan man tänka sig att det kan vara en utmaning för en del elever att inse att det kan finnas flera möjliga svar. Detta stärks även av kommentarer i lärarenkäten där lärare uttrycker att de uppfattat att vissa elever inte till fullo insett innebörden av uppmaningen.

Tabell 7. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 11.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Alla möjliga värden redovisas väl underbyggt (1/2/0)	12
Alla möjliga värden redovisas med någon underbyggnad (1/1/0)	12
Alla möjliga värden redovisas väl underbyggt, även värden utanför gränsvärdena (1/1/0)	10
Minst 2 värden redovisas väl underbyggt (1/1/0)	9
Visar förhållandet mellan de tre variablerna (1/0/0)	27
Felsvar, visar förhållandet mellan två av variablerna	12
Felsvar, övriga	10
Inget svar angivet	8

Sammanfattning

Det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2021/2022 bestod av fyra delprov, ett muntligt och tre skriftliga. En förändring som trädde i kraft i årets prov var tiden för delprov B och C som förlängts från 80 minuter för båda delproven till 50 minuter per delprov med en rast på cirka 10 minuter mellan delproven.

Bedömningen av elevprestationer på det nationella proven sker med hjälp av bedömningsanvisningar som beskriver en viss kvalitativ nivå och som sedan översätts till kvalitativa poäng. Totalt kunde 89 poäng erhållas, fördelade på 36 E-poäng, 33 C-poäng och 20 A-poäng. När elevernas poäng räknats samman erhålls ett provbetyg på provet som helhet.

Andelen elever som nått minst provbetyget E var detta läsår cirka 83 % vilket ligger på ungefär samma nivå som både 2017 och 2019 men något lägre jämfört med 2018. Det vanligaste provbetyget är E som drygt en tredjedel av eleverna har, vilket är en lika stor andel som de tre senaste givna nationella proven. Det är en högre andel elever med annat modersmål än svenska som nått minst provbetyget E jämfört med 2019. Överensstämmelsen mellan provbetyg och preliminärt slutbetyg är något lägre detta år jämfört med 2019, det var 53 procent år 2022 och 57 procent år 2019.

En återkommande synpunkt i enkäten är hur språket i de nationella provet påverkar elevers möjligheter att förstå och lösa uppgifter. De elever som framförallt lyfts fram som särskilt drabbade är elever med annat modersmål än svenska samt de elever som har läs- och skrivsvårigheter. Det nationella provet i matematik är avsett att pröva elevers matematiska kunskaper och olika insatser görs för att språket inte ska bli ett hinder för eleverna. Samtliga uppgifter som används i provet har språkgranskats av Nationellt centrum för svenska som andraspråk. Utifrån analys av den enskilda elevens förutsättningar finns även möjlighet till olika anpassningar, till exempel förklaring av svåra ord, dock utan att röja uppgiftens matematiska innehåll⁷. Mer information om anpassningar för elever med läs- och skrivsvårigheter samt information om hur provet kan genomföras för nyanlända elever finns på Skolverkets webbplats.

I resultaten från lärarenkäten framkommer att det är en högre andel lärare i år som jämfört med de senaste åren anser att provet som helhet var bra och att kravgränserna var lämpliga. Enkätsvaren visade också att det är en betydande högre andel lärare som i år anser att provtiden för de olika delproven var tillräcklig för samtliga eller flertalet elever. Något som kan ha påverkat denna åsikt är den förlängda tiden för delprov B och C.

7 Lärarinformation för det nationella provet i matematik årskurs 9, läsår 2021/2022.

Lösningsproportioner

För samtliga uppgifter redovisas lösningsproportionen totalt och för pojkar respektive flickor. Delprov A och delprov C består av ett antal deluppgifter som inte redovisas i tabellen.

Tabell 8. Lösningsproportion per uppgift. Lösningsproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng och anges således med ett värde mellan 0 och 1. ($n_{\text{alla}}=2511$, $n_{\text{pojkar}}=1290$, $n_{\text{flickor}}=1221$)

Delprov	Uppgift	E	C	A	Alla	Pojkar	Flickor	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problem- lösning
A	M	5	5	5	0,52	0,52	0,52			x			x
B	1 a	1	0	0	0,52	0,53	0,51	x					
	1 b	1	0	0	0,35	0,35	0,35	x					
	2	1	0	0	0,73	0,82	0,63					x	
	3	1	0	0	0,68	0,69	0,67			x			x
	4 a	1	0	0	0,86	0,89	0,83	x					
	4 b	1	0	0	0,49	0,49	0,49	x					
	5	1	0	0	0,69	0,67	0,72		x	x			
	6	1	0	0	0,62	0,64	0,60				x		
	7	1	1	0	0,54	0,60	0,49	x					
	8 a	1	0	0	0,83	0,85	0,81					x	
	8 b	0	1	0	0,25	0,26	0,23		x				
	9 a	1	0	0	0,86	0,86	0,85				x		
	9 b	0	1	0	0,22	0,27	0,17				x		
	10	0	1	0	0,53	0,60	0,47	x					
	11	0	1	0	0,25	0,27	0,24					x	
	12	0	1	0	0,22	0,23	0,21	x					
	13	0	1	0	0,41	0,42	0,40		x				
	14	0	1	0	0,44	0,43	0,45					x	
	15	0	2	0	0,25	0,24	0,25		x				
	16	0	0	1	0,16	0,18	0,14		x				
	17	0	1	1	0,13	0,14	0,12	x	x				x
	18	0	0	1	0,11	0,13	0,08	x					
C	19	5	4	4	0,51	0,50	0,52	x	x				x
D	20	2	0	0	0,71	0,74	0,67	x					
	21	2	0	0	0,74	0,75	0,73	x				x	
	22	3	0	0	0,56	0,58	0,54			x			
	23	1	1	0	0,43	0,46	0,39	x		x			
	24 a	2	0	0	0,63	0,67	0,59			x			
	24 b	1	1	1	0,33	0,36	0,30			x			x
	25	1	2	0	0,38	0,38	0,38	x					x
	26	1	1	1	0,24	0,23	0,24				x		x
	27	1	2	1	0,19	0,21	0,16					x	x
	28 a	1	0	0	0,83	0,83	0,84			x			
	28 b	1	1	0	0,57	0,57	0,56		x				x
	28 c	0	1	1	0,26	0,27	0,25		x				x
	29	0	2	2	0,22	0,23	0,21	x	x				x
	30	0	1	1	0,15	0,15	0,14			x			x

