

Resultat från nationella provet i matematik årskurs 9

läsåret 2022/2023

Katarina Kristiansson, Charlotte Nordberg och Stina Olsson

Rapport 2023:2

PRIM-gruppen
Institutionen för ämnesdidaktik



Innehåll

Inledning	3
Insamling.....	3
Om provet	3
Provets sammansättning.....	4
Provets konstruktion	4
Provets kravgränser	4
Resultat.....	5
Provresultat med kommentarer.....	5
Enkätresultat med kommentarer	7
Resultat på uppgiftsnivå	10
Sammanfattning.....	17
Bilaga1	18
Lösningsproportioner.....	18

Inledning

De nationella proven i matematik i årskurs 9 konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. Syftet med de nationella proven i årskurs 9 är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning. De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå¹.

I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2022/2023. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultaten från genomförandet av detta prov. Jämförelser görs även med resultat från tidigare års nationella prov. Jämförelser görs främst med resultat från det nationella provet som gavs år 2022. De nationella proven år 2020 och år 2021 ställdes in på grund av pandemin.

Insamling

I rapporten redovisas resultat från det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2022/2023. Resultatredovisningen grundar sig på flera olika insamlingar. Lärare har rapporterat in resultat på uppgiftsnivå för elever födda den 15:e i någon av årets månader i en webbinsamling till PRIM-gruppen. Denna urvalsinsamling omfattade resultat för cirka 2 700 elever (cirka 1 300 flickor och cirka 1 400 pojkar). I samband med denna insamling rapporterade lärarna också in dessa elevers preliminära slutbetyg i matematik. En webbinsamling har även gjorts av enkätsvar från cirka 1 300 lärare. Slutligen har lärare skickat in avidentifierade kopior av prov genomförda av elever födda 15 mars eller 15 oktober. Av dessa har ett slumpmässigt urval om 200 elevers prov gjorts som ligger till grund för analys av elevlösningar på några uppgifter i provet.

Det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2022/2023 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen uppgift kan publiceras. Nationella prov som inte längre omfattas av sekretess finns tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats (www.su.se/primgruppen).

Om provet

Kursplanen i matematik för årskurs 9 och dess beskrivning av matematikämnets syfte, centralt innehåll och betygskriterier ger ramen för de nationella provens innehåll. Proven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till betygskriterierna och de i kursplanen beskrivna förmågorna.

¹ Lärarinformation för det nationella provet i matematik i årskurs 9, läsåret 2022/2023.

Provets sammansättning

Det nationella provet i årskurs 9 läsåret 2022/2023 omfattade ett muntligt delprov, delprov A, samt tre skriftliga delprov, delprov B–D. Det muntliga delprovet bestod av både enskilda uppgifter och gemensamma diskussionsuppgifter inom ett givet matematiskt innehåll och genomfördes i grupper om 3–4 elever. Delprov B bestod huvudsakligen av uppgifter där det oftast endast krävdes svar. Digitala verktyg och formelblad var inte tillåtna. Delprov C bestod av en mer fördjupande och undersökande problemlösningsuppgift och delprov D bestod av ett antal redovisningsuppgifter. I både delprov C och D var digitala verktyg och formelblad tillåtna.

Provets konstruktion

Uppgifterna konstrueras och bearbetas av PRIM-gruppen tillsammans med yrkesverksamma lärare och forskare. De prövas sedan ut på elever i årskurs 9 vid minst två tillfällen. Efter utprovningarna genomförs kvantitativa och kvalitativa analyser utifrån olika aspekter som exempelvis hur väl uppgifterna har fungerat, om språket varit begripligt och vilka olika lösningsmetoder eleverna använt. Därefter formuleras och bearbetas bedömningsanvisningar med tillhörande nivåpoäng. Samtliga uppgifter som använts i provet har genomgått olika kvalitetsgranskningar, till exempel syngranskning, granskning utifrån diskrimineringsgrunderna och språkgranskning av Nationellt centrum för svenska som andraspråk.

Utifrån ett urval av de bearbetade och granskade uppgifterna sätts provet ihop i sin helhet.

Uppgifterna till de olika delproven väljs med fokus på både bredd, djup och variation, för att eleverna ska ges möjlighet att visa sina kunskaper på flera olika sätt.² Provets sammansättning granskas, diskuteras och bearbetas tillsammans med en referensgrupp bestående av yrkesverksamma lärare.

Provets kravgränser

Kravgränser för de olika provbetygen sätts enligt beprövade och vedertagna metoder. Yrkesverksamma lärare och speciallärare deltar i kravgränssättningsgrupper och har till uppgift att utifrån analys av kursplanen genomföra kvalitativa och kvantitativa analyser av provet samt föreslå kravnivåer för olika betygssteg för provet som helhet.

Kravgränserna för de olika provbetygen består av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav. Denna typ av kravgräns används för att kunna ställa krav på både visad bredd och djup i kunskaperna.

Denna kravgränsmodell innebär att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg men inte tillräckligt många nivåpoäng och erhåller därför ett lägre provbetyg. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg.

² Lärarinformation för det nationella provet i matematik i årskurs 9, läsåret 2022/2023.

Resultat

Resultatredovisningen är uppdelad i tre delar. I den första delen presenteras elevernas provresultat i form av poäng och provbetyg. I den andra delen redovisas och kommenteras resultat från enkäten som lärarna svarat på. I den sista delen finns resultat på uppgiftsnivå med analyser av elevlösningar på några utvalda uppgifter i provet.

Provresultat med kommentarer

Här presenteras provresultat från PRIM-gruppens webbinsamling på uppgiftsnivå för elever födda den 15:e i någon av årets månader samt insamlingen av inrapporterade preliminära slutbetyg i matematik.

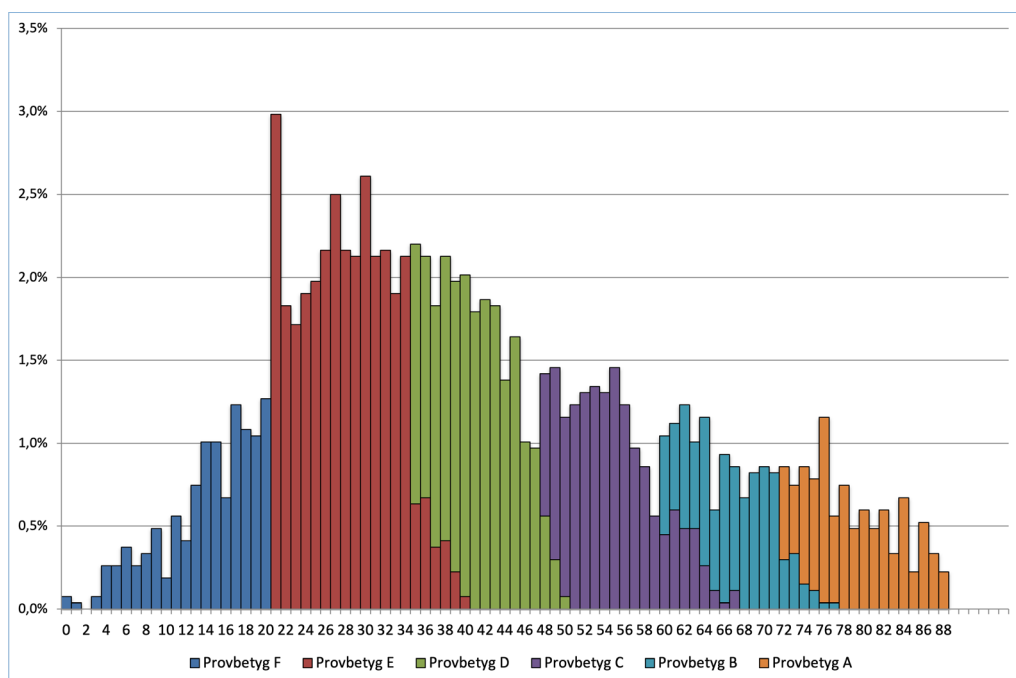
Kravgränser och provbetyg

På det nationella provet läsåret 2022/2023 kunde totalt 88 poäng erhållas, fördelade på 35 E-poäng, 34 C-poäng och 19 A-poäng. Poängen på de olika delproven summeras till ett provbetyg för provet som helhet. Tabell 1 visar kravgränserna för respektive provbetyg och figur 1 visar den procentuella fördelningen av elevernas totalpoäng efter provbetyg. I figur 1 åskådliggörs också de elever som nått kravgränsen för totalpoängen för ett visst provbetyg, men som fått ett lägre provbetyg på grund av att de inte uppnått kravgränsen när det gäller nivåpoäng. Detta syns som "svansar" åt höger vid kravgräns för totalpoängen.

Tabell 1. Kravgränser för respektive provbetyg i det nationella provet i matematik åk 9 läsåret 2022/2023.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 21 poäng	Minst 35 poäng	Minst 48 poäng	Minst 60 poäng	Minst 72 poäng
Nivåkrav		Varav minst 9 poäng på lägst nivå C	Varav minst 18 poäng på lägst nivå C	Varav minst 6 poäng på lägst nivå A	Varav minst 11 poäng på lägst nivå A

Figur 1. Procentuell fördelning av totalpoäng efter provbetyg. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöll på nationella provet. "Svansen" åt höger vid kravgräns för totalpoängen står för elever som har uppnått totalpoängskravet, men inte nivåpoängskravet.

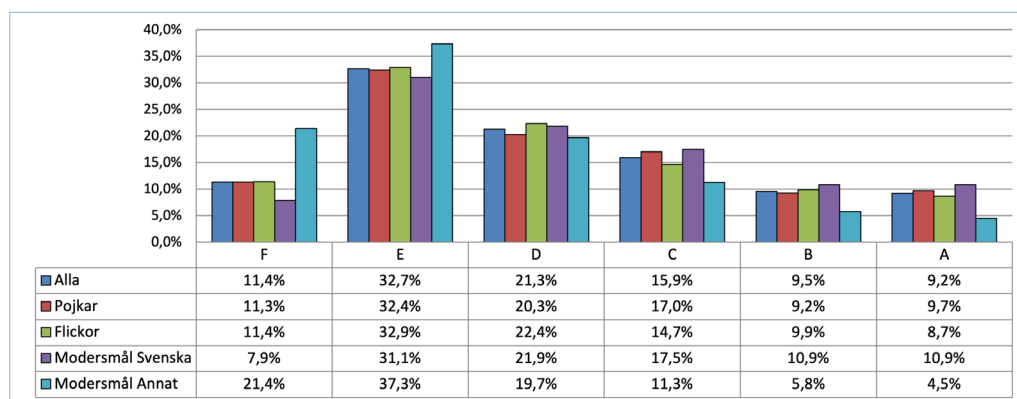


PRIM-gruppens urvalsinsamling visade att andelen elever som nått minst provbetyget E var cirka 89 %. Det vanligaste provbetyget var E, som cirka en tredjedel av eleverna har. Fördelningen på de andra provbetygen var 21 % D, 16 % C, 10 % B och 9 % A.

Cirka 11 % av eleverna hade inte ett godkänt resultat på det nationella provet vilket är en lägre andel än 2022. Det var lika stor andel flickor som pojkar vilka erhöll betyget F och detta skiljer sig från tidigare år då det till exempel 2022 var något större andel flickor än pojkar som erhöll provbetygen F.

Elever med annat modersmål än svenska fick provbetyget F i större utsträckning än elever med svenska som modersmål, 21,4 % jämfört med 7,9 %. Andelen elever med annat modersmål som fick provbetyget F har minskat mot tidigare år.

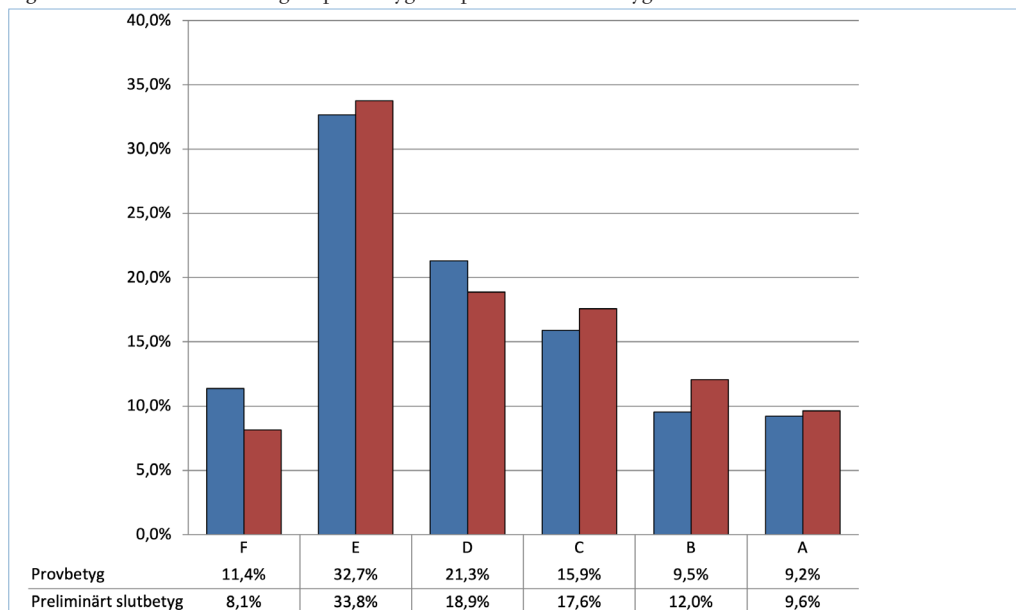
Figur 2. Fördelning av provbetyg för alla elever, för flickor och pojkar, för elever med svenska som modersmål samt för elever med annat modersmål.



Provbetyg jämfört med preliminärt slutbetyg

När resultatet för respektive elev rapporteras in till PRIM-gruppens urvalsinsamling anger läraren vilket preliminärt slutbetyg denne hade tänkt att sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. Cirka 70 % av eleverna har samma preliminära slutbetyg som provbetyg och drygt 20 % har ett högre preliminärt slutbetyg än provbetyg.

Figur 3. Procentuell fördelning av provbetyg och preliminärt slutbetyg.



Genomsnittlig betygspoäng

Den genomsnittliga betygspoängen (GBP) på årets nationella prov var 11,8. Den genomsnittliga betygspoängen för de slutbetyg som lärarna angav i urvalsinsamlingen att de hade tänkt sätta var 12,4 vilket är något högre än GBP för provbetygen. Vid en jämförelse med tidigare års nationella prov är skillnaden i GBP mellan provbetyg och preliminärt slutbetyg ungefär lika stor i år som tidigare år.

Enkätresultat med kommentarer

En viktig del i utvecklandet av de nationella proven är de synpunkter som ges på provets genomförande och innehållet i provet samt synpunkter på den information som getts inför provet. Vid inrapportering av elevresultat ombeds lärarna att svara på en enkät som består både av frågor med givna svarsalternativ och frågor med fritext. En del av resultaten presenteras i denna del.

Stöd för betygssättning

Syftet med det nationella provet är att stödja betygssättningen³ och i lärarenkäten fick lärare ta ställning till påståendet ”Provet som helhet är ett stöd för betygssättningen”. Cirka 95 % av lärarna instämmer helt eller till stor del med detta påstående.

Provet som helhet

Nästan samtliga lärare (96 %) instämmer helt eller till stor del i att provet som helhet var bra vilket är högre jämfört med 2022 års prov då det var 88 % som svarade detsamma.

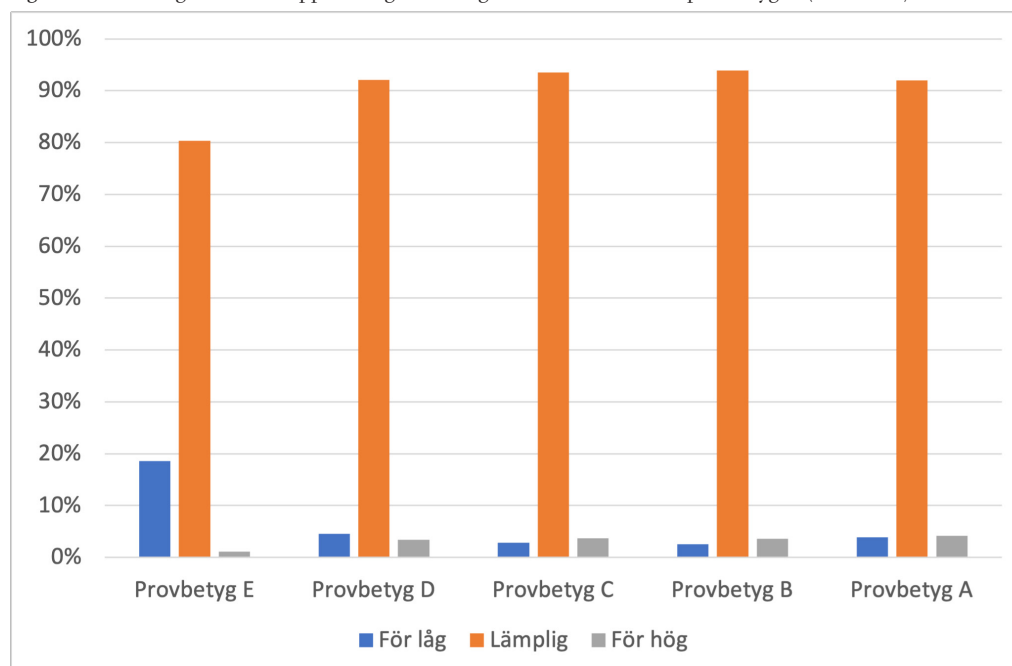
³ Lärarinformation för det nationella provet i matematik i årskurs 9, läsåret 2022/2023.

I den fritextdel som följde till denna fråga handlar några kommentarer om enskilda uppgifter eller språket i vissa uppgifter där lärare skrev att några uppgifter var svåra att tolka eller att ta sig an, ”Provet är bra, men någon uppgift blir onödigt svår pga att tolka uppgiften.”. Lärare kommenterade också hela provdelar, ”D-delen riktigt bra.” eller ”B-delen väl svår, svåra e-poäng.”. Andra kommentarer kring nivån på uppgifter fanns också. ”Provet som helhet är bra, men jag upplever att det generellt sett finns för få provfrågor på ren E-nivå, vilket gör det mycket tuffare för elever som ligger på en låg E-nivå att hävda sig. Jag efterlyser framförallt fler rena E-uppgifter på prov B och D.” eller ”Årets prov låg på en bra nivå.”. I denna fritextdel lyfts även andra saker så som, ”Det är bra att det kompletterats med bilder på vissa uppgifter.”

Kravgränser

I lärarenkäten har lärare svarat på frågan vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. En stor andel (80–94 %, olika andelar för olika provbetyg) av lärarna anser att kravgränserna var lämpliga. För provbetygen D–A är det en lika stor andel lärare som tycker kravgränsen var för låg som för hög. För provbetyget E är andelen lärare som anser att kravgränsen är för låg större än andelen lärare som anser att den är för hög.

Figur 4. Fördelning av lärares uppfattning om kravgränserna för de olika provbetygen ($n = 1\,310$).

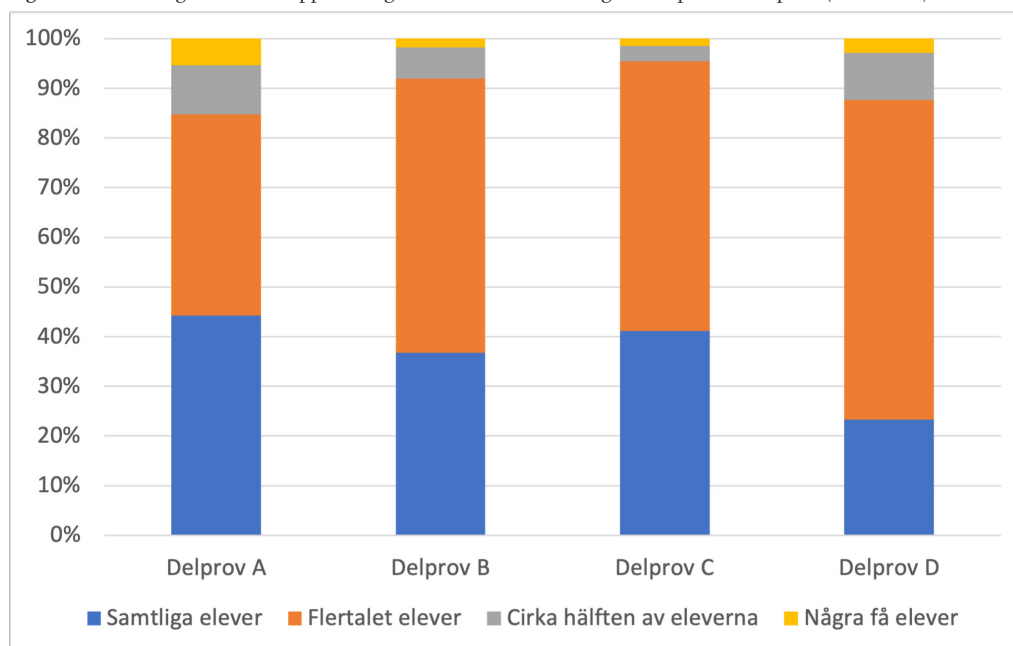


Lärare som anser att kravgränserna är lämpliga har uttryckt att provresultaten stämmer väl överens med deras egen bedömning, till exempel ”Mina elevers resultat på NP var till hög grad samma som jag hade satt innan NP”. En del lärare uttrycker exempelvis att ”Betygsgränserna kändes bra balanserade, något lågt för betyget E”. Övriga kommentarer om E-gränsen handlar om att det är få poäng som krävs för E om man jämför med det totala antalet poäng på provet.

Provtid

Vad gäller provtiden för de olika delproven så anser majoriteten av lärarna (85–95 %, olika andelar för olika delprov) att tiden var tillräcklig för samtliga eller flertalet elever. Det överensstämmer ungefär med vad lärarna ansåg om provtiden för 2022 års prov.

Figur 5. Fördelning av lärares uppfattning om tiden var tillräcklig för respektive delprov ($n = 1\,316$).

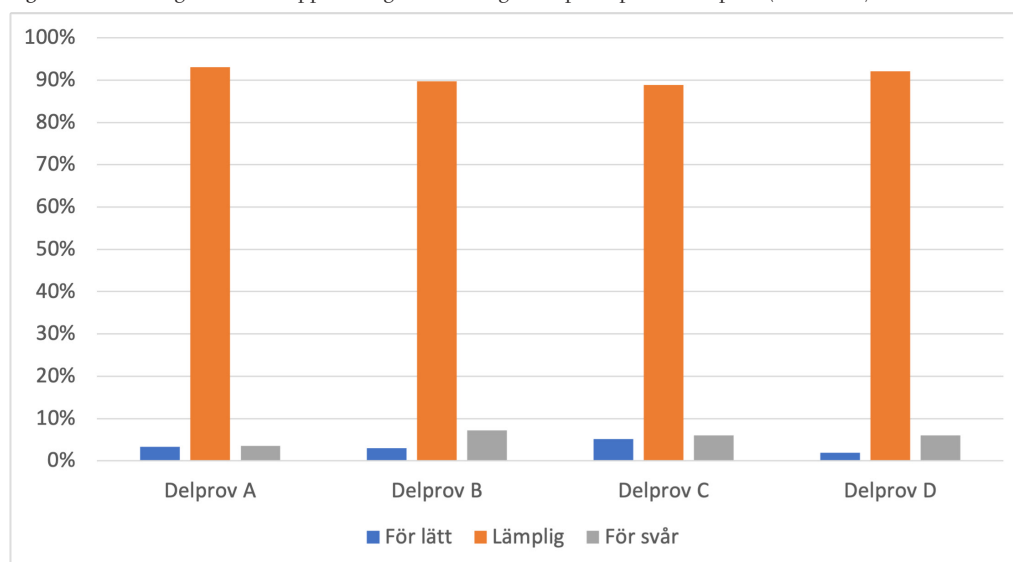


De lärare som kommenterar frågan om tid skriver till exempel att tiden var tillräcklig för de flesta men att för enstaka elever var den för kort "Enstaka elever på varje delprov hade behövt lite mer tid. Detta beror på att de har lite särskilda behov eller blev lite stressade över provsituationen." eller "Vissa (svagare) elever upplevde att de hade för mycket tid för delprov B, C och D. Medan de starkare eleverna kände tvärtom. Överlag var det nog ganska väl avvägt med tid.". En del lärare anser att provtiden var för kort på något delprov "Överlag bra tidtillgång. Delprov D blev lite tight med tid.". Lärare kommenterar också exempelvis att "Tiden var rimlig på samtliga delar.". Lärare som kommenterade den rekommenderade tiden för delprov A skrev att den är för kort. "Er rekommendation för tidsåtgång till det muntliga delprovet är för snålt tilltagen." men att "A-delen är ju inte begränsad i tid, så det var inget problem. Däremot kan det gärna stå i lärarinformationen att man rekommenderar mer än de 30 minuter som står."

Svårighetsgrad

Lärarna fick besvara frågan ”Vad anser du om svårighetsgraden för respektive delprov?”. Cirka 90 % anser att samtliga delprov hade en lämplig svårighetsgrad. Det är en högre andel jämfört med tidigare år.

Figur 6. Fördelning av lärares uppfattningar om svårigheten på respektive delprov ($n = 1\,315$).



De som kommenterade denna fråga skrev bland annat ”Svårighetsgraden är bra och den är bra för kalibrering av vår undervisning och betygssättning överlag.”. Fritextsvaren rör även vissa specifika delprov och för delprov A ansåg några lärare att det var ett stort hopp mellan nivåerna, ”Lätt för E ganska svårt plocka A-poäng.”. På delprov B önskade några lärare fler E-poäng, ”Uppgifterna på E-nivå är lite för svåra för de svagaste eleverna. De som har godkänt innan och ordnade godkänt på provet som helhet men ändå lite för svåra just på B-delen.”. Det var då också lärare som ansåg att det var tvärtom för delprov C, ”Svårighetsgraden för E var ok men det blev ett markant hopp för C och uppåt.”. Svårighetsgraden för delprov D rörde framförallt problemet med att tolka ett par uppgifter, till exempel ”Vissa uppgifter i D-delen var svårt att fatta för en del elever.”.

Resultat på uppgiftsnivå

I bilaga 1 finns en tabell som visar den viktade lösningsproportionen för varje uppgift i provet. Viktningen innebär att även vid flerpöängsuppgifter tas hänsyn till hur många poäng elevernas lösningar erhöll på varje uppgift. Lösningsproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningsproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

Tabellen visar även vilket centralt innehåll samt vilka förmågor som främst avses att prövas för respektive uppgift. Flera områden och förmågor kan vara markerade för varje uppgift då både de olika områdena i det centrala innehållet såväl som förmågorna går in i varandra och har beröringspunkter.

Analys av skriftliga elevarbeten

I följande avsnitt redovisas en fördjupad analys av ett urval uppgifter från det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2022/2023. Då uppgifterna lyder under sekretess kan de inte publiceras i sin helhet. En kortare beskrivning av uppgiften ges därför.

Analysen utgår från ett slumpmässigt urval av elevlösningar från de inskickade avidentifierade nationella prov som genomförts av elever födda 15 mars eller 15 oktober. I analysen av elevlösningar är fokus att undersöka vilka tänkbara utmaningar elever haft i förhållande till centralt innehåll och förmågor samt presentera lösningsproportioner och de vanligaste förekommande elevsvaren.

I en del uppgifter krävdes ingen redovisning av lösningen men genom analys av de olika angivna svaren är det möjligt att resonera om hur elever kan ha löst uppgiften och vilka troliga fel som kan ha gjorts.

Delprov B, uppgift 4b

Matematiskt innehåll: Prioriteringsregler

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

I uppgift 4b i delprov B skulle eleverna förenkla ett aritmetiskt uttryck som innehöll både multiplikation och subtraktion. Uppgiften kunde ge en E-poäng (1/0/0) och det var endast svaret som bedömdes.

Lösningsproportionen på uppgiften var 0,64 ($n = 2\,681$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den densamma 0,64 ($n = 200$).

Uppgiften prövade prioriteringsregler och i analysen av elevernas felsvar var det svar man fick när man subtraherade innan man multiplicerade vanligast. Ett annat felsvar som gick att kategorisera handlade också om att eleverna subtraherade först och sedan aldrig utförde någon multiplikation utan adderade det efterkommande talet. Bland övriga felsvar fanns svar som visade att eleven hade använt prioriteringsreglerna korrekt, men multiplicerat de ingående talen till en faktor tio fel. Endast 8 elever hoppade över uppgiften.

Tabell 2. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 4b.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Korrekt svar (1/0/0)	64
Felsvar, använt prioriteringsreglerna fel	11
Felsvar, använt prioriteringsreglerna fel samt fel räknesätt	4
Felsvar, övriga	17
Inget svar angivet	4

Delprov B, uppgift 10

Matematiskt innehåll: Ekvation

Uppgiftstyp: Redovisning utan digitala verktyg

Uppgift 10 i delprov B var en ekvation med x -termer och konstanttermer i både vänster- och högerled. Det korrekta svaret var ett negativt tal i bråk- eller decimalform. Uppgiften krävde redovisning och kunde ge tre poäng, en E-poäng och två C-poäng (1/2/0). Den första poängen fick eleverna om de samlade och förenklade x -termer eller konstanttermer i något led. Den andra poängen delades ut om de samlade och förenklade x -termer och konstanttermer på var sida likhetstecknet och för tre poäng skulle de lösa ekvationen korrekt samt även hantera likhetstecknet korrekt.

Lösningssproportionen på uppgiften var 0,48 ($n = 2\,681$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,49 ($n = 200$).

I vår analys av 200 elevlösningar var det 38 % som löste uppgiften korrekt med korrekt svar och fick tre poäng. Av de eleverna var det vanligast att de samlade x -termerna på den sida av likhetstecknet som gav positiva x -värden och konstanttermerna på den andra sidan likhetstecknet så att de var negativa. Eleverna kunde då i sista beräkningen för att bestämma x dividera med ett positivt heltal. 87 % av eleverna som löste uppgiften korrekt gjorde på det sättet. Övriga elever som löste uppgiften korrekt gjorde det genom att samla x -termerna så att de fick ett negativt antal x . De löste sedan ekvationen genom att dividera med ett negativt tal.

Bland de elever som fick två poäng var det vanligast att de adderat ett negativt antal x på ena sidan om likhetstecknet och ett positivt tal på andra sidan likhetstecknet. Därefter har de inte hanterat den negativa koefficienten framför x korrekt.

De elever som fick en poäng på uppgiften har adderat x -termer eller konstanttermer. Det är även några elever som adderat både x -termer och konstanttermer, men då på samma sida likhetstecknet och inte kommit längre i uppgiften eller gjort en felaktig tolkning av det uttryck de fått.

Av de elever som inte fått någon poäng på uppgiften finns det en grupp elever som adderat alla x -termer och konstanttermer var för sig och hanterat uppgiften som att det är ett algebraiskt uttryck som ska förenklas. Detta skulle kunna ses som att eleverna använder likhetstecknet dynamiskt och att de då får svårigheter vid ekvationslösning⁴. Några elever skiljde inte på variabeltermer och konstanttermer utan hanterade konstanttermerna som att de var variabeltermer och förenklade vänsterled och högerled för sig.

4 Håggström, C et al. (2022) Algebra i grundskolan. Kapitel 2. Göteborgs universitet. NCM

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 10.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Redovisar ekvationslösning med korrekt svar (1/2/0)	38
Samlar och förenklar x -termer och konstanttermer på var sida om likhetstecknet (1/1/0)	1
Samlar och förenklar x -termer eller konstanttermer på ena sidan om likhetstecknet (1/0/0)	23
Felsvar, adderar x -termer och konstanttermer felaktigt	7
Felsvar, endast skrivit av uppgiften	7
Felsvar, övriga	13
Ingen lösning angiven.	11

Delprov B, uppgift 16

Matematiskt innehåll: Beräkna värdet av ett algebraiskt uttryck.

Uppgiftstyp: Redovisning utan digitala verktyg

I denna uppgift skulle eleverna beräkna värdet av ett givet algebraiskt uttryck. Uttrycket innehöll två variabler och den ena variabeln skulle ersättas med ett positivt heltal och den andra med ett negativt heltal för att värdet av uttrycket skulle kunna beräknas.

Uttrycket bestod av en produkt av två olika variabler med en heltalskoefficient samt en subtraktion av en av variablerna. Den variabeln som skulle subtraheras var den som skulle ersättas med ett negativt heltal. För att beräkna korrekt värde av uttrycket krävdes dels att eleven kunde ersätta variablerna med rätt värden, dels att eleven både kunde multiplicera koefficienten med de värden variablerna ersatts med samt sedan även subtrahera ett negativt tal. Det korrekta svaret var ett negativt heltal.

Uppgiften kunde ge två C-poäng (0/2/0). Den första poängen gavs för en påbörjad lösning där variablerna ersatts korrekt med de givna värdena och minst en korrekt beräkning med ett negativt tal visats. Den andra poängen fick eleverna när de redovisade en lösning med korrekt svar.

Lösningsproportionen på uppgiften var 0,28 ($n = 2\,681$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,24 ($n = 200$).

Den vanligaste enskilda anledningen till att poäng inte gavs för en lösning var att variablernas givna värden inte placerats korrekt i uttrycket. Eleverna förändrade själva uttrycket när de skulle sätta in de givna värdena. Detta beror troligtvis på att eleverna inte kunde tolka uttrycket korrekt. Av de som tecknade uttrycket felaktigt var det vanligaste felet att den första delen av uttrycket där koefficienten och de två variablerna skulle multipliceras i stället felaktigt skrevs om till en annan operation. Troligen är dessa fel ett uppfattningsfel av hur man opererar med tre faktorer på rad och speciellt försvårande är det negativa tal som ersatte den ena variabeln. Den gör sannolikt eleverna osäkra på hur operationen ska utföras och leder till felhan-

teringar av faktorerna. Exempel på detta var att koefficienten multiplicerades med båda de värden som variablerna ersatts med var för sig och sedan adderades de två produkterna eller att variablerna först subtraherades och sedan multiplicerades med koefficienten. Möjliga förklaringar till detta kan vara att eleverna använder metod för multiplicering in i parenteser, att de inte kan hantera prioriteringsreglerna eller att de inte vet att två variabler som skrivs ut efter varandra där man utelämnat operationstecken betyder att de ska multipliceras.

Det näst vanligaste felet som eleverna gjorde var att efter att de hade tolkat uttrycket och ersatt variablerna med rätt värden inte kunde hantera operationerna (multiplikation och subtraktion) med negativa tal korrekt. Ett annat vanligt fel var till exempel att subtraktionen av det negativa talet i uttrycket endast skrevs som en subtraktion och inte som en subtraktion med ett negativt tal. Att hantera minus-tecken i algebraiska uttryck kan vara svårare för elever än att hantera variablerna.⁵ Detta visade sig även när eleverna skulle multiplicera de positiva och negativa talen som ersatt variablerna i uttrycket eller, för de elever som klarat att hantera båda delarna av uttrycket, när de sedan slutligen skulle addera ett positivt tal till ett negativt inte gjorde det korrekt.

Felsvaren kan tyda på att dessa elever saknar djupare förståelse för det algebraiska symbolspråket, där förståelsen innebär kunskap om vad olika symboler står för samt hur och varför räkneregler fungerar.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 16.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Redovisar lösning med korrekt svar (0/2/0)	20
Ersätter variablerna med givna värden och genomför minst en beräkning med negativt tal. Gör sedan ett räknefel baserat på osäkerhet i hanteringen av negativa tal (0/1/0)	6
Ersätter variablerna med givna värden och genomför minst en beräkning med negativt tal. Gör sedan ett räknefel baserat på osäkerhet i hanteringen av prioriteringsreglerna (0/1/0)	2
Ersätter variablerna med givna värden och genomför minst en beräkning med negativt tal. Gör sedan ett räknefel baserat på bristande tabellkunskaper (0/1/0)	1
Felsvar, ersätter variablerna med givna värden, men gör sedan fel på grund av bristande kunskaper i hanteringen av negativa tal	2
Felsvar, tolkar uttrycket fel och ersätter inte variablerna med värden på korrekt sätt	49
Felsvar, övriga	4
Ingen lösning angiven	17

5 Håggström, C et al. (2022) Algebra i grundskolan. Kapitel 5. Göteborgs universitet. NCM

Delprov D, uppgift 26b

Matematiskt innehåll: Problemlösning

Uppgiftstyp: Redovisningsuppgift med digitala verktyg

Uppgift 26 i delprov D bestod av en a)- och en b)-uppgift och vi har analyserat elevlösningar till b)-uppgiften. I uppgiften efterfrågades hur många som var vuxna av det totala antalet personer som betalat inträde till ett visst evenemang. Kostnaden för vuxen respektive barn, det totala antalet besökare samt den totala intäkten gavs i uppgiften.

Uppgiften kunde ge maximalt fyra poäng, två C-poäng och två A-poäng (0/2/2). Den första poängen delades ut om eleven på något sätt påbörjat en lösning, till exempel genom att ha gjort en algebraisk tolkning av problemet, påbörjat en prövning eller om eleven verifierat korrekt svar. Två poäng gavs för en ekvation med en variabel eller för en aritmetisk metod som tog hänsyn till de ingående relationerna mellan de matematiska kvantiteterna eller för lösning med korrekt svar genom prövning. Tre poäng gavs för en redovisad lösning med effektiv metod och korrekt svar och fyra poäng för välstrukturerad och effektiv lösning med korrekt matematiskt språk. Korrekt svar på uppgiften kunde således erhållas med olika metoder vilka gav olika många poäng.

Lösningensproportionen på uppgiften var 0,23 ($n = 2\,681$) i PRIM-gruppens urvalsinsamling och i det slumpmässiga urvalet som ligger till grund för svarsanalysen var den 0,21 ($n = 200$).

Av de elever som löst uppgiften och kommit fram till ett korrekt svar hade den största andelen (48 %) gjort det med en effektiv metod, det vill säga generell aritmetisk (4 %) eller generell algebraisk (44 %). 18 % av eleverna löste uppgiften genom prövning och 24 % verifierade det korrekta svaret.

Det vanligaste sättet att påbörja en lösning var att göra en algebraisk tolkning av problemet genom att teckna en ekvation med två variabler. Endast ett fåtal elever gick vidare och försökte lösa ut en variabel eller tecknade en ekvation med endast en variabel. Det var också några elever som påbörjade en prövning eller verifierade det korrekta svaret.

I de vanligaste felaktiga lösningarna, som inte gav poäng för påbörjad lösning, hade elever tecknat och genomfört någon beräkning med ingående värden eller tecknat felaktiga ekvationer. Bland övriga felsvar finns de som bara skrivit av uppgiften eller endast lämnat ett felaktigt svar.

För att lösa uppgiften krävdes först en tolkning av problemet och eleverna behövde själva välja metod för att lösa uppgiften. Den vanligaste metoden var den algebraiska och det var också den vanligaste metoden bland de elever som lyckades lösa uppgiften effektivt. Uppgiften kunde lösas med en aritmetisk metod, men när den skulle göras generell valde eleverna i större utsträckning att använda en algebraisk metod.

Det var många elever som löste a)-uppgiften och få hoppade över den deluppgiften. b)-uppgiften hade en svårare ingång och fler elever valde att inte försöka lösa den.

Tabell 5. Fördelningen av elevlösningar vid analys av ett slumpmässigt urval av 200 elevarbeten för uppgift 26b.

Kategorier av elevsvar	Andel i %
Löser problemet med effektiv algebraisk metod och ger korrekt svar (0/2/2)	11
Löser problemet med effektiv aritmetisk metod och ger korrekt svar (0/2/2)	2
Löser problemet genom prövning (0/2/0)	5
Tecknar ekvation med endast en variabel (0/2/0)	2
Påbörjar lösning genom att göra en algebraisk tolkning av problemet (0/1/0)	8
Påbörjar prövning (0/1/0)	3
Verifierar korrekt svar (0/1/0)	9
Felsvar, tecknar (och genomför) någon beräkning med i uppgiften ingående värden	21
Felsvar, tecknar felaktig ekvation	7
Felsvar, övriga	13
Ingen lösning angiven	20

Sammanfattning

Det nationella provet i matematik i årskurs 9 läsåret 2022/2023 bestod av fyra delprov, ett muntligt och tre skriftliga. Syftet med provet är att det ska stödja betygssättningen och uppgifterna till de olika delproven varierar därför och är valda så att de ska ge eleverna möjlighet att visa bredd och djup i sina matematik-kunskaper utifrån centralt innehåll, förmågor och betygskriterier.

I resultaten från lärarenkäten framkommer att det är en högre andel lärare i år jämfört med förra året som anser att provet som helhet var bra och att kravgränserna var lämpliga. Enkätsvaren visar också att det är en betydligt högre andel lärare som i år anser att provtiden för de olika delproven var tillräcklig för samtliga eller flertalet elever.

Analys av elevlösningar till fyra utvalda uppgifter visar att hantering av negativa tal och/eller subtraktion skapar svårigheter för eleverna och då framförallt i kombination med ett algebraiskt uttryck eller vid lösning av en ekvation. Tre av de utvalda uppgifterna prövar framförallt algebra. I de uppgifterna kan vi se att eleverna har liknande svårigheter med till exempel beräkningar. I de svårare uppgifterna kan vi även se likheter i att de var problematiska att tolka.

En större andel elever får, jämfört med förra året, ett godkänt provbetyg. Detta gäller även för elever som har ett annat modersmål än svenska.

Bilaga1

Lösningsproportioner

För samtliga uppgifter redovisas lösningsproportionen totalt och för pojkar respektive flickor. Delprov A och delprov C består av en uppgift med ett antal deluppgifter. Deluppgifterna redovisas inte i tabellen.

Tabell 6. Lösningsproportion per uppgift. Lösningsproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng och anges således med ett värde mellan 0 och 1. ($n_{\text{alla}} = 2\,681$, $n_{\text{pojkar}} = 1\,385$, $n_{\text{flickor}} = 1\,296$)

Delprov	Uppgift	E C A Poäng			Alla	Pojkar	Flickor	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problemlösning	Begrepp	Metod	Problemlösning	Resonemang	Kommunikation
A	M	5	5	5	0,55	0,56	0,53				x	x	x	x	x	x	x	x
B	1	1	0	0	0,96	0,97	0,96		x					x	x			
	2	1	0	0	0,76	0,81	0,71	x						x	x			
	3	1	0	0	0,64	0,71	0,56					x		x	x			
	4 a	1	0	0	0,76	0,77	0,75	x						x	x			
	4 b	1	0	0	0,64	0,66	0,61	x						x	x			
	5	1	0	0	0,70	0,73	0,67				x			x	x			
	6	1	0	0	0,52	0,54	0,51			x				x	x			
	7	1	0	0	0,83	0,86	0,80				x			x	x			
	8	2	0	0	0,74	0,72	0,76			x	x			x	x			
	9 a	1	0	0	0,51	0,49	0,54	x							x			
	9 b	0	1	0	0,38	0,33	0,43	x							x			
	10	1	2	0	0,48	0,49	0,47		x						x			x
	11	0	1	0	0,36	0,37	0,35	x						x	x			
	12	0	1	0	0,54	0,59	0,49					x		x	x	x		
	13	0	1	0	0,44	0,44	0,45	x							x			
	14	0	1	0	0,56	0,58	0,55				x			x				
	15	0	1	0	0,40	0,40	0,39			x				x	x			
	16	0	2	0	0,28	0,26	0,30	x	x						x			
	17	0	0	1	0,18	0,20	0,16	x		x				x	x			
	18	0	0	1	0,20	0,21	0,18					x	x		x	x		
	19	0	0	1	0,16	0,19	0,13	x	x					x	x			
C	20	4	4	4	0,46	0,44	0,48		x	x			x		x	x	x	x
D	21	2	0	0	0,78	0,78	0,78	x				x		x	x			x
	22	2	0	0	0,73	0,71	0,74			x				x	x	x		x
	23 a	2	0	0	0,68	0,65	0,72	x	x						x			
	23 b	1	2	0	0,44	0,43	0,45	x	x						x			x
	24 a	1	0	0	0,88	0,88	0,89				x	x		x	x			
	24 b	1	0	0	0,77	0,79	0,75				x	x		x	x			
	24 c	0	1	0	0,56	0,59	0,53				x	x		x		x		
	24 d	0	1	0	0,27	0,31	0,24				x	x		x	x	x		
	25 a	1	0	0	0,32	0,35	0,30				x			x	x			
	25 b	0	1	1	0,20	0,23	0,18				x			x	x	x		
	26 a	2	0	0	0,83	0,83	0,83	x							x			x
	26 b	0	2	2	0,23	0,24	0,21	x	x				x		x	x		x
	27	0	2	0	0,36	0,39	0,33					x		x		x		x
	28	1	2	1	0,31	0,30	0,33				x		x	x		x	x	x
	29	1	2	1	0,19	0,21	0,17					x	x	x	x	x		x
	30	0	2	2	0,23	0,22	0,24			x			x	x	x	x		x

